

CHAPITRE II : Dynamique du point matériel

II.1 : La Force

La dynamique s'intéresse aux causes pour lesquelles les objets se déplacent comme ils le font. Pourquoi un objet immobile se met-il en mouvement ? Qu'est-ce qui amène un mobile à accélérer ou à ralentir ? Dans les deux cas, c'est une action extérieure à l'objet, qui a une direction et un sens, et que l'on appelle force, qui modifie l'état de mouvement de l'objet. La force qui modifie le mouvement d'un mobile est nécessairement exercée sur ce mobile par un autre objet, soit directement par contact, comme la force de poussée de quelqu'un qui pousse un wagonnet ou la force de traction exercée par un enfant qui tire un traîneau, soit indirectement, à distance, c'est le cas de la force d'attraction de la terre sur la lune ou de la force de répulsion qui existe entre deux charges électriques de même signe. [L'action d'un moteur, quoique situé à l'intérieur d'un mobile, peut également être formellement considérée comme une action *extérieure*, dès lors que l'on considère le moteur comme un objet distinct du mobile lui-même!]

On peut mesurer l'intensité d'une force à l'aide d'un dynamomètre, constitué d'un ressort qui s'étire devant une échelle graduée (voir figure II.1).

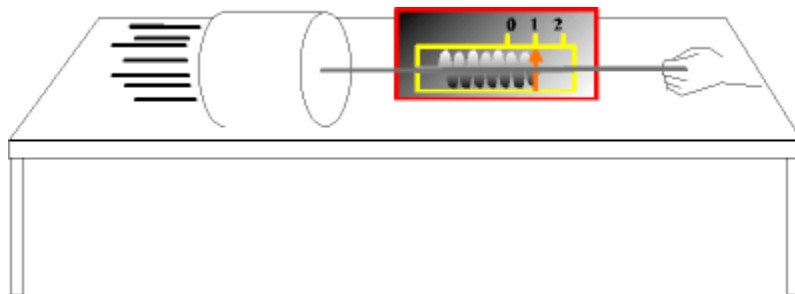


Figure II.1.

Pour calibrer le dynamomètre on décide arbitrairement de la force unité (correspondant au trait 1). En appliquant deux, trois, quatre, ... de ces forces unité identiques à un même dynamomètre, on repère les traits 2, 3, 4, ... (voir figure II.2).

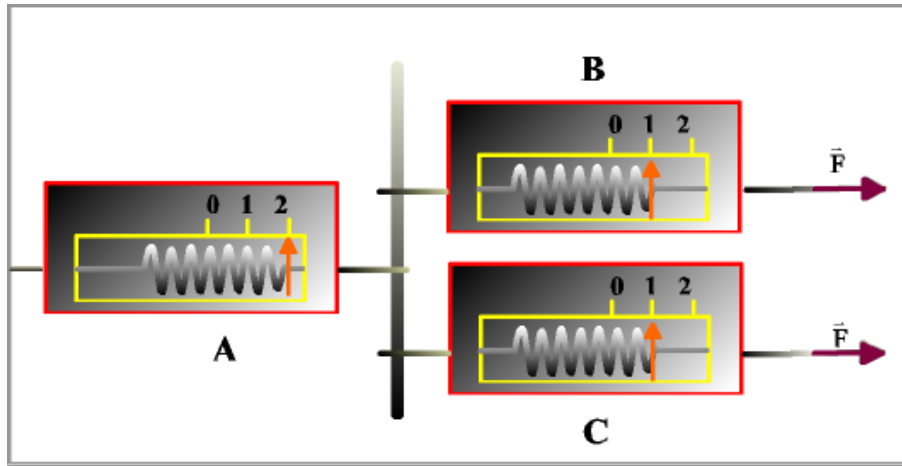


Figure II.2.

La force est une grandeur caractérisée par une intensité, une direction et un sens. Mais pour pouvoir dire qu'il s'agit d'un vecteur, il faut vérifier qu'elle obéit à la loi de l'addition vectorielle. On peut vérifier expérimentalement à l'aide de dynamomètres, qu'il en est bien ainsi. Par exemple, la figure II.3 représente une force horizontale de quatre unités, $\vec{F}_1$, et une force verticale de 3 unités, $\vec{F}_2$.

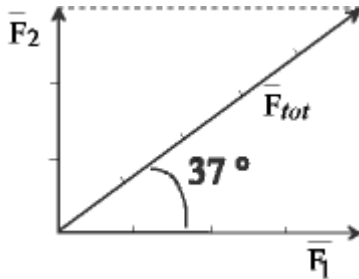


Figure II.3.

L'expérience montre que l'effet combiné de ces deux forces est le même que celui d'une force unique de 5 unités, faisant un angle de 37° avec l'horizontale. Ce sont en fait le module et la direction du vecteur somme de ces deux forces :

$$\vec{F}_{\text{tot}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2, \quad (\text{II. 1})$$

ce qui confirme bien la nature vectorielle de la force.

Mais quel est le lien entre la force exercée et le mouvement ? Ce problème a été résolu par Newton, qui a énoncé trois lois qui constituent les fondements de la mécanique classique.

II.2 : La première loi de Newton

Nous savons par expérience qu'un objet lancé sur un plancher horizontal et abandonné à lui-même, s'arrête rapidement. Par contre si on polit soigneusement la surface de contact de l'objet avec le sol et si ce dernier est lui-aussi bien lisse, comme de la glace, par exemple, pour une même vitesse initiale imprimée à l'objet, celui-ci parcourra une distance plus grande avant de s'arrêter. Si maintenant l'objet se meut sur un coussin d'air entre lui et le sol, on verra à peine sa vitesse diminuer. D'où l'idée, que Galilée avait d'ailleurs eue avant Newton, que dans une situation idéale sans forces de frottements entre l'objet et le sol, cet objet garderait indéfiniment sa vitesse initiale (Fig.II.4). C'est l'expérience des plans inclinés (voir <http://education.francetv.fr/videos/galilee-l-experience-des-plans-inclines-v103605>).

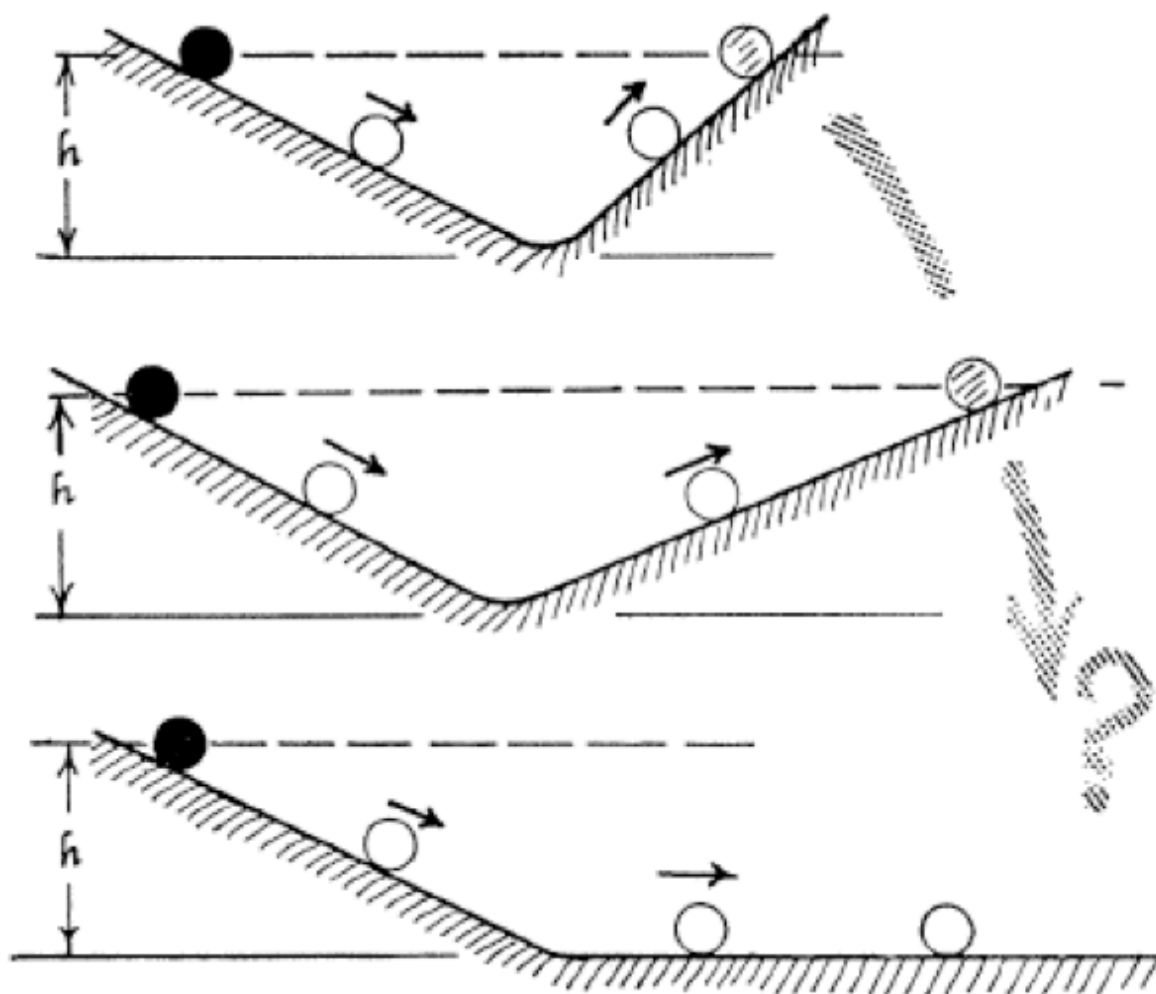
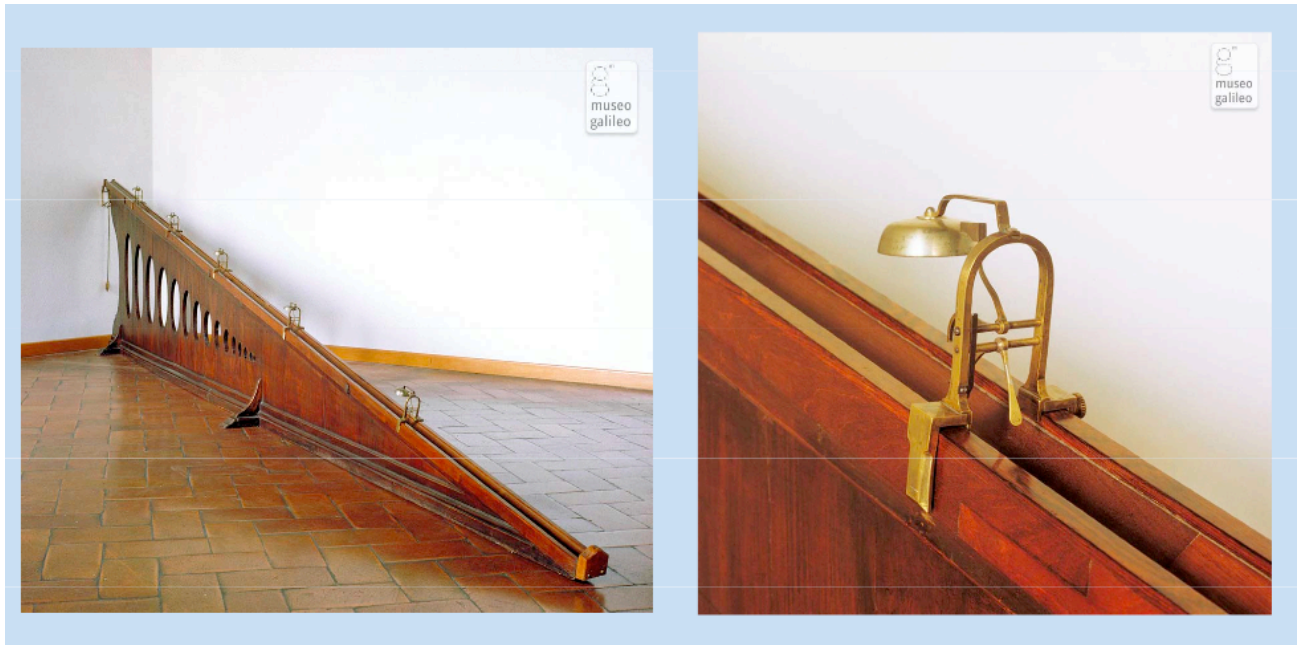


Fig.II.4 Expérience des plans inclinés de Galilée



Ceci a conduit à la 1^{ère} loi de Newton, appelée aussi loi d'inertie :

Tout corps reste immobile ou conserve un mouvement rectiligne et uniforme aussi longtemps qu'aucune force extérieure ne vient modifier son état.

Autrement dit

si $\vec{F} = 0$ $v(t) = v_0$ et réciproquement
--

(II.2)

Cela implique que si on veut qu'un objet se déplace à vitesse constante sur une surface rugueuse, il faut lui appliquer une force égale et opposée à la force de frottement de telle sorte que la force résultante qui s'applique sur l'objet soit nulle (voir figure II.5).

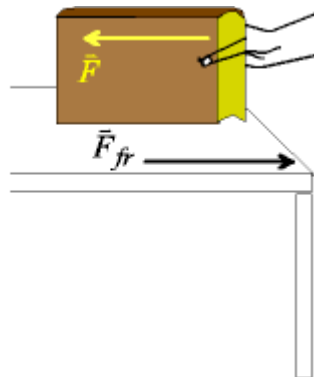


Figure II.5.

II.3 : La deuxième loi de Newton et la masse

D'après la première loi de Newton, on sait qu'une force agissant sur un corps produit une accélération. Pour déterminer comment l'accélération dépend de la force, on fait varier la force appliquée à un même objet et on mesure l'accélération. On constate que si la force appliquée est deux fois plus grande, l'accélération produite est deux fois plus grande. De même pour une force trois, quatre fois ... plus grande, l'accélération produite est trois fois, quatre fois ... plus grande. L'intensité de l'accélération est donc proportionnelle à l'intensité de la force appliquée :

$$\mathbf{a} \propto \mathbf{F} \quad (\text{II.3})$$

Mais que se passe-t-il pour un autre objet ? On sait que si on applique une même force à un panier à provisions plein et à un panier vide, l'accélération sera plus faible dans le premier cas. Clairement, il y a une autre grandeur qui joue dans la loi qui relie $\mathbf{F}$ à $\mathbf{a}$ et qui est liée à l'objet lui-même : c'est la quantité de matière de l'objet que l'on appelle la masse, m . L'unité de masse du SI est le kilogramme (kg). Un étalon constitué d'un cylindre de platine iridié est conservé au bureau international des poids et mesures près de Paris. On constate expérimentalement que lorsqu'on applique une même force à un objet qui a une masse deux fois plus grande, l'accélération est deux fois plus petite : l'accélération est inversement proportionnelle à la masse.

$$\mathbf{a} \propto \frac{1}{m} \quad (\text{II.4})$$

La masse d'un objet traduit donc la manière dont cet objet résiste à une force extérieure qui tend à l'accélérer. Plus la masse est grande, plus faible sera l'accélération produite pour une même force. Un objet de masse élevée a une grande inertie ce qui veut dire qu'il faut lui appliquer une force élevée pour le mettre en mouvement. C'est pourquoi on parle parfois de masse d'inertie.

En regroupant les expressions (II.3) et (II.4), on obtient : $\mathbf{a} \propto \frac{\mathbf{F}}{m}$ ou encore $\mathbf{F} \propto m\mathbf{a}$. La

constante de proportionnalité peut être fixée arbitrairement à 1, à condition de choisir l'unité de force en conséquence. L'unité de force du SI est le Newton (N), c'est la force qui appliquée à une masse de 1 kg produit une accélération de 1 m/s². Dès lors la deuxième loi de Newton s'écrit :

$\mathbf{\bar{F}} = m \mathbf{\bar{a}}$

(II.5)

En effet, l'accélération produite a la même direction que la force appliquée et la relation entre les intensités de a et de F peut s'écrire sous forme vectorielle. Il en résulte que la masse est un scalaire.

II.4 : La troisième loi de Newton

Dans chaque cas où on étudie le mouvement d'un objet à l'aide de la deuxième loi de Newton, on considère les forces appliquées par un autre corps sur cet objet : le cheval qui tire la charrette, pour le mouvement de la charrette, la personne qui pousse un panier à provisions pour le panier à provisions, le marteau qui enfonce un clou pour le clou. Mais s'il est vrai que le marteau exerce une force sur un clou, de toute évidence le clou exerce lui aussi une force sur le marteau puisque la vitesse de ce dernier devient rapidement nulle lorsque les deux objets entrent en contact. Seule une force intense peut causer une décélération aussi rapide et qui d'autre que le clou peut l'avoir exercée ?

Ces considérations ont conduit Newton à énoncer sa troisième loi, connue aussi sous le nom de principe de l'action et de la réaction :

Chaque fois qu'un objet exerce une force sur un second objet, ce dernier exerce sur le premier une force égale et opposée.

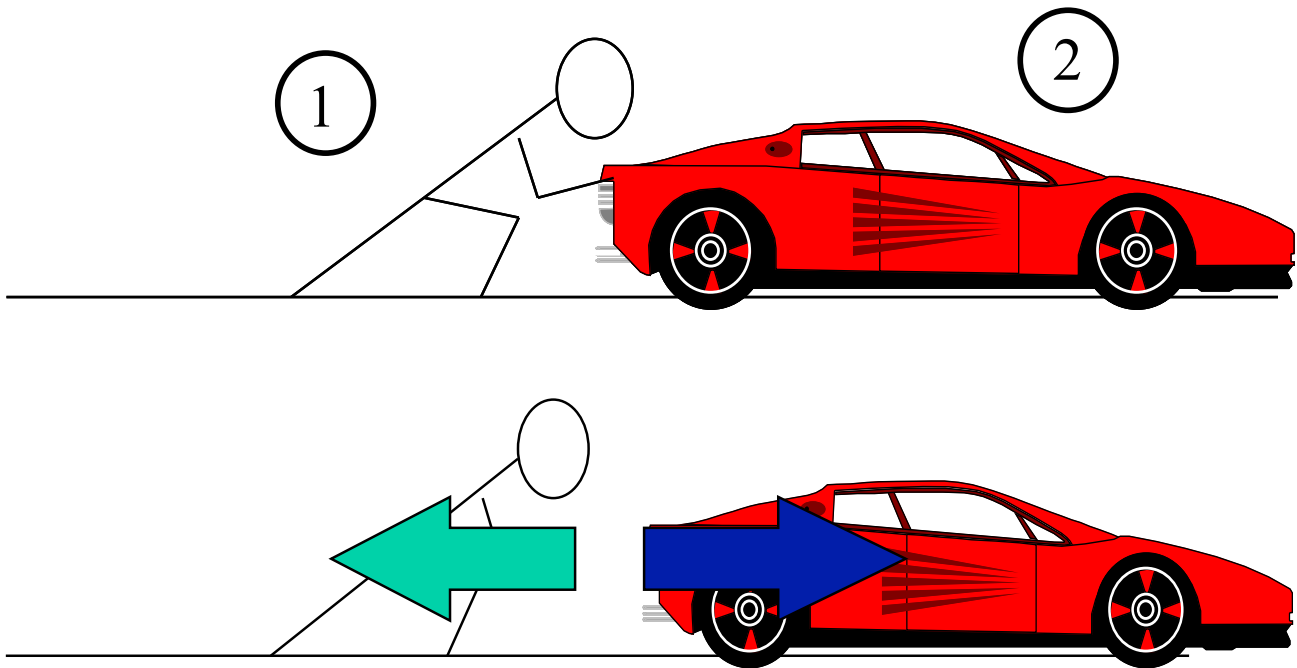
$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}} \quad (\text{II.6})$$

Cette loi est parfois présentée comme une illustration de la pensée de Francis Bacon (1561-1626), postulant qu'il *n'y a pas d'idole dans la nature*, c'est-à-dire que la nature est plus souvent (voire toujours) régie par des relations d'*équivalence* que de *prévalence*.

Remarque importante :

Les forces $\vec{F}_{12}$ et $\vec{F}_{21}$ qui apparaissent dans la troisième loi de Newton ne sont pas appliquées au même objet et seule l'une d'entre elle doit être prise en considération si on désire étudier le mouvement de l'un de ces objets avec la 2^{ème} loi de Newton. Si on désire étudier le mouvement de la particule 1, il faut faire intervenir dans la loi (II.5), $\vec{F}_{12}$ qui est la force exercée par

la particule 2 sur la particule 1. $\vec{F}_{21}$, qui est la force exercée par la particule 1 sur la particule 2, n'intervient pas.



II.5 : Domaine de validité des lois de Newton

Les lois de Newton ainsi que les prédictions que l'on peut faire à partir de celles-ci se sont montrées extrêmement bien vérifiées par l'expérience à deux conditions : il faut les appliquer dans un référentiel particulier, dit référentiel inertiel, et les vitesses des mobiles considérés doivent être petites par rapport à la vitesse de la lumière qui est d'environ 300.000 km/s. Cette dernière condition est aisément vérifiée pour les mouvements que nous aurons à considérer dans ce cours. Lorsque ce n'est pas le cas, il faut faire appel à la théorie de la relativité restreinte d'Einstein.

Les lois de Newton sont vérifiées dans un référentiel $Oxyz$, « fixe » par rapport aux galaxies lointaines (c'est-à-dire dans lequel le mouvement de la position moyenne de ces galaxies est nul). En effet, nous verrons à la section II.6.1 que la force gravitationnelle entre deux corps massifs est inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare. Par conséquent, des galaxies lointaines ne peuvent exercer de force sensible sur la Terre. Par conséquent, un référentiel *inertiel*

sera un référentiel en MRU *par rapport aux galaxies lointaines*. On peut montrer que les lois de Newton seront alors également valables dans tout référentiel qui a un mouvement de translation uniforme (à vitesse constante) par rapport à ce référentiel "fixe", défini par rapport aux galaxies lointaines. Chacun de ces référentiels dans lesquels les lois de Newton sont vérifiées est dit inertiel. Par contre les lois de Newton ne sont pas vérifiées dans un référentiel en rotation ou qui accélère : il faut exercer une force pour maintenir un objet immobile sur un manège forain qui tourne ou sur la plate-forme d'un tram qui accélère. Ou au contraire, si aucune force n'est exercée, l'objet se déplace à l'intérieur du tram ou du manège, et s'il rencontre une paroi, sera pressé contre celle-ci. Cette impression d'être pressé contre la paroi est celle ressentie par le passager d'une voiture effectuant un virage serré. On la désigne par le terme "force centrifuge", mais il ne s'agit pas d'une vraie force. En réalité, il s'agit d'une conséquence du principe d'inertie, en vertu duquel les objets non soumis à des forces ont tendance à rester en mouvement rectiligne uniforme. Si leur référentiel n'est pas en MRU, les objets non solidement arrimés au référentiel vont avoir une tendance à poursuivre un MRU, et de ce fait, à entrer en contact avec d'éventuelles parois (comme celles d'une voiture ou d'un carrousel) entraînées par le référentiel en mouvement non rectiligne uniforme (par rapport aux galaxies lointaines).

Mais comment déterminer en pratique ce fameux référentiel fixe par rapport aux galaxies lointaines? On dispose pour cela d'un outil intéressant appelé "pendule de Foucault", portant le nom du physicien français Léon Foucault (1819 - 1868) qui l'inventa en 1851. On en trouve en général dans les musées de sciences (par exemple le Palais de la Découverte à Paris, ou le Tellus Science Museum aux Etats-Unis; voir Figure), mais aussi à proximité immédiate du Campus de la Plaine, à l'extrémité de la rue des Pêcheries à Auderghem (Figure). Le pendule, lancé dans un plan d'oscillation initial, tourne lentement dans le sens horaire (dans l'hémisphère nord), *par rapport aux repères locaux* (les bâtiments environnants dans le cas du pendule de la rue des Pêcheries). C'est le reflet de la rotation terrestre, et du fait donc que les repères locaux tournent par rapport aux galaxies lointaines. Mais, par rapport aux galaxies lointaines précisément, le plan d'oscillation du pendule de Foucault reste fixe. C'est la Terre qui en quelque sorte tourne *sous* le pendule!

Dans la suite de ce cours nous travaillerons toujours dans un référentiel supposé inertiel, et ce référentiel est défini formellement comme un référentiel *Oxyz* dans lequel le plan d'oscillation du pendule de Foucault est fixe.



Fig. Simulacre de pendule de Foucault à l'extrémité de la rue des pêcheries à Watermael-Boitsfort.



Fig. Pendule de Foucault au *Tellus Science Museum* (Géorgie, USA). Photo: Daryl Clark

II.6 : La force gravitationnelle et le poids

II.6.1 : La force gravitationnelle

En première approximation, les planètes et la terre en particulier, décrivent un mouvement circulaire uniforme autour du soleil. D'autre part, nous avons vu à la section I.3.4 que dans un MCU, l'accélération est normale : $\vec{a} = -R\omega_0^2 \vec{l}_n$. La deuxième loi de Newton (II.5), nous dit que pour que ce MCU ait lieu, il faut exercer une force centripète dirigée vers le centre de la circonférence, donc vers le soleil. Newton en conclut que le soleil exerçait une force d'attraction sur les planètes, et réciproquement, en vertu de la loi de l'action et de la réaction (II.6). Cette constatation l'a conduit à énoncer la loi de la gravitation universelle. Selon cette loi, il existe entre deux objets ponctuels de masse m_1 et m_2 , distants de r_{12} une force d'attraction dont le module F_G est donné par :

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \quad (\text{II.7})$$

où G est la constante de gravitation universelle et vaut $G = 6,67384 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$

La mesure de la constante G est particulièrement délicate, et s'effectue au moyen d'un pendule de torsion (expérience de Cavendish, 1731 – 1810 ; Fig. II.6).

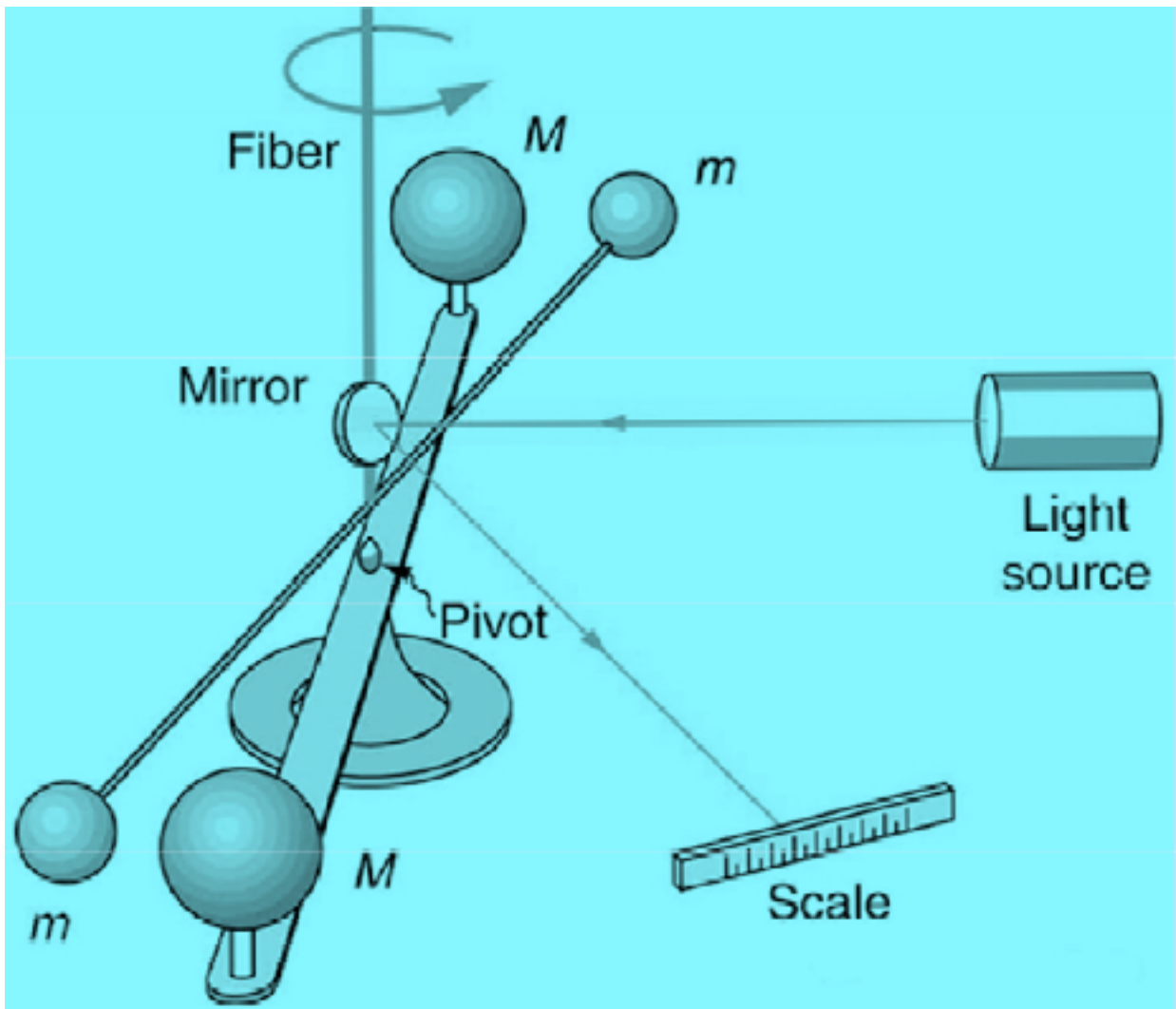


Fig. II.6 Principe de l'expérience de Cavendish, permettant de mesurer G

II.6.2 : Le poids

Lorsqu'un objet ponctuel de masse m se trouve à la surface de la terre, il subit une force d'attraction gravitationnelle de la part de chaque molécule qui constitue la terre, ce qui résulte en une force d'attraction globale qu'on appelle le poids de l'objet, ou encore, force pesanteur. Son intensité est donnée d'après la loi de gravitation par :

$$P = m \cdot \left\langle G \frac{m_i}{r_i^2} \right\rangle$$

où les signes $\langle \rangle$, indiquent qu'on a calculé (à l'aide d'une intégrale de volume) la valeur moyenne de l'accélération gravitationnelle exercée par chaque molécule de masse m_i , située à une distance r_i de la masse m , en tenant compte de sa direction. Cette valeur moyenne a les dimensions d'une accélération et pour cette raison est appelée accélération de la pesanteur et désignée par la lettre g . La terre n'étant pas parfaitement sphérique et homogène (le rayon équatorial terrestre vaut 6378.137 km tandis que le rayon polaire s'élève à 6356.752 km), g dépend de l'endroit où on se trouve. A Bruxelles, g vaut 9,81 m/s²; à l'équateur (au niveau de la mer), g s'élève à 9,78 m/s² tandis qu'aux pôles g vaut 9,832 m/s², soit une variation de 0.5%. En première approximation la force pesanteur est dirigée vers le centre de la terre et $\bar{P}$ est donc vertical, dirigé vers le bas :

$$\bar{P} = m\bar{g} \quad (\text{II.8})$$

Cette variation de g avec la latitude justifie la localisation des sites de lancement de fusée à proximité de l'équateur (voir Figure), puisque la diminution de g s'accompagne d'une diminution du poids de la fusée. La quantité de carburant nécessaire pour lancer la fusée depuis l'équateur est donc plus faible que celui nécessaire depuis des latitudes plus élevées.

Pour terminer, on notera que l'expression de la force de gravitation pourrait ne plus être valable lorsque les valeurs de g deviennent très petites (inférieures à $1.2 \cdot 10^{-10} \text{ m s}^{-2}$, soit 100 milliards de fois inférieures à la valeur de l'accélération de la gravité à la surface de la Terre). Ces valeurs correspondent à l'accélération centripète d'une étoile située à la périphérie de notre Galaxie, dans son mouvement (quasi-)circulaire autour du centre Galactique. L'application de la 2e loi de Newton combinée à la loi de la gravitation ne prédit pas la bonne valeur pour ces accélérations très faibles, à moins d'invoquer la présence de quantités importantes de matière non lumineuse ("**matière noire**") dont la nature est inconnue à ce jour. Une autre possibilité, encore débattue aujourd'hui, est la possibilité que la loi de la gravitation ne soit plus applicable dans le domaine de ces très faibles accélérations.

Remarque :

Il ne faut pas confondre masse et poids comme cela se fait malheureusement dans le langage courant. La masse désigne la quantité de matière et s'exprime en kg, tandis que le poids est une force et s'exprime en Newton.

La masse est une caractéristique de l'objet indépendante de l'endroit où il se trouve. Le poids dépend de la masse (voir II.8) mais il dépend aussi de l'accélération de la pesanteur du lieu où il se trouve. Le poids d'un objet est six fois plus faible sur la lune, il est pratiquement nul dans l'espace, loin de l'influence de toute planète.

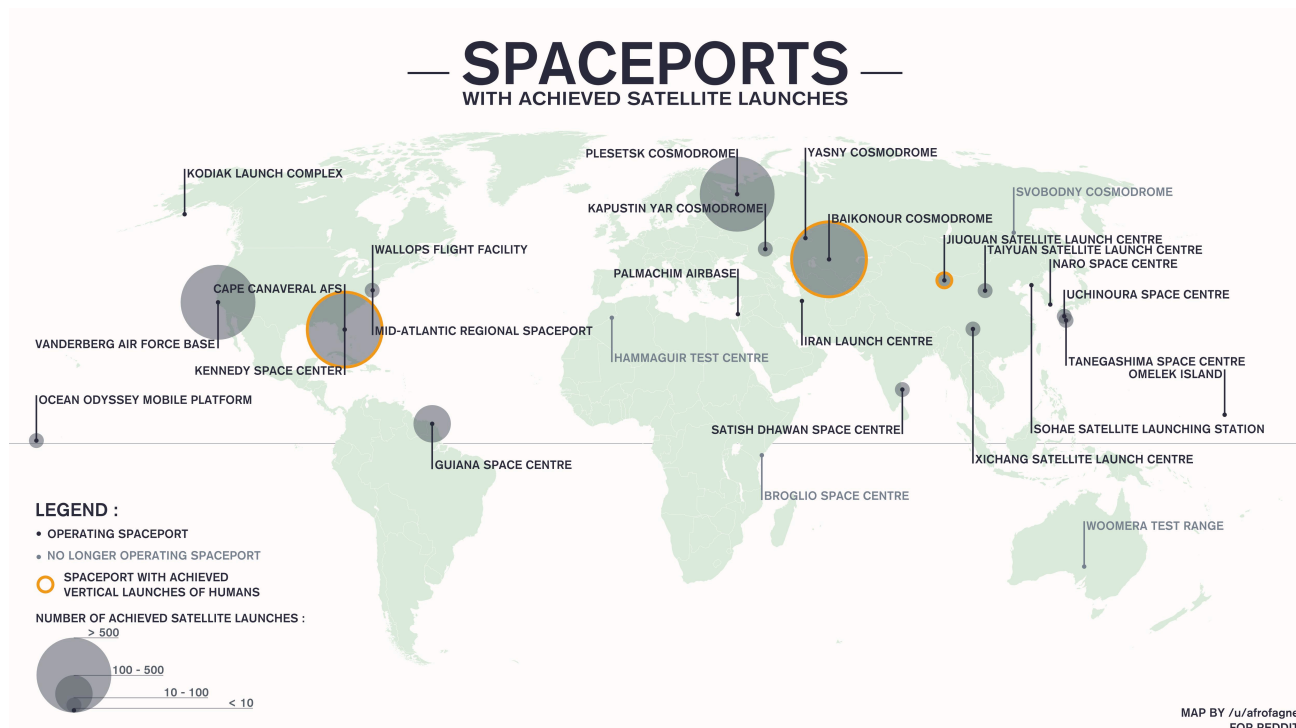


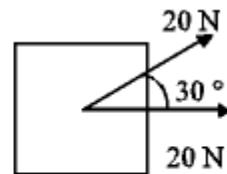
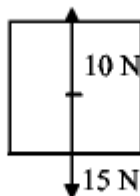
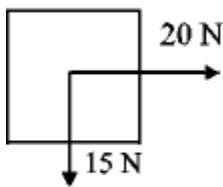
Figure. Principaux sites de lancement de fusées sur Terre

Crédit: https://www.reddit.com/r/MapPorn/comments/2209wv/map_of_spaceports_with_achieved_satellite/

II.7 : Exercices

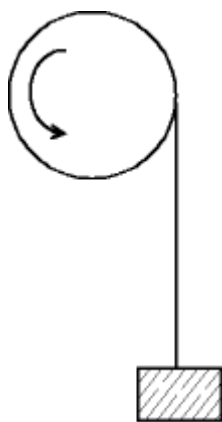
Remarque : les réponses ont été calculées en supposant $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Un objet est immobile. Que peut-on en conclure quant aux forces éventuelles qui agissent sur lui ?
2. Un point matériel n'est soumis à aucune force ou est soumis à plusieurs forces qui se compensent exactement. Peut-il être en mouvement et, si oui, de quel type ?
3. Dessiner les résultantes des forces s'appliquant aux objets suivants :

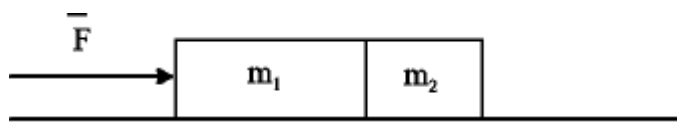


Que vaut la valeur absolue de l'accélération et sa direction si la masse de chacun des objets vaut 2 kg ?

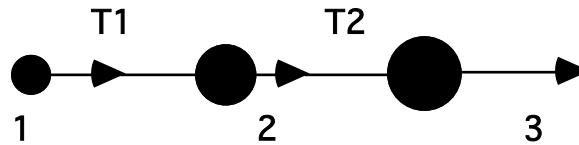
4. Un avion de 2000 kg est en vol horizontal à vitesse constante. Que vaut la résultante des forces qui s'appliquent à cet avion ? Que vaut la force verticale de portée de l'air ?
5. Un moteur fait tourner une poulie de rayon 25 cm à la vitesse constante de 20 tours par minute dans le sens anti-horaire. Une corde passant sur la poulie soulève un bloc de 50 kg .



- a) Quelle est la force exercée par la corde sur ce bloc ?
 - b) A quelle vitesse le bloc est-il soulevé?
6. Un monte-charge d'une masse totale de 3200 kg est retenu par un câble. Trouver la tension dans ce câble lorsque le monte-charge est au repos et lorsqu'il monte ou descend avec une accélération de 1 m/s^2 .
 7. Soit une particule ponctuelle de masse $m = 2 \text{ kg}$ animée d'un MRUA d'accélération $a_x = 2 \text{ m/s}^2$ et $a_y = 3 \text{ m/s}^2$. A propos de la force totale qui agit sur la particule,
 - a) quelle est son intensité ?
 - b) quelle est son orientation par rapport à l'axe x ?
 8. Une masse de 2 kg est lancée à partir du sol selon un angle de 60° par rapport à l'horizontale, à la vitesse de 10 m/s. Quelle hauteur maximum atteint-elle ? A quelle distance retombe-t-elle sur le sol ? (Négliger la résistance de l'air). Que deviennent ces réponses pour une masse de 3 kg?
 9. Quelle est la force exercée par m_2 sur m_1 dans la situation suivante; précisez quelle est sa direction (m_1 et m_2 peuvent glisser sans frottement sur le plan horizontal) ?



10. Trois corps de masse 1, 2 et 3 *kg* respectivement sont disposés sur un plan horizontal et reliés par des ficelles "1" et "2" de masse négligeable. On exerce sur le corps de 3 *kg* une force de 60 *N*.



- (a) Si on néglige les frottements, quelles sont les accélérations des trois masses ?
 (b) Quelles sont les tensions T_1 et T_2 dans les ficelles ?

Réponses

3. $12,5 \text{ m/s}^2$, -37° ; $2,5 \text{ m/s}^2$, -90° ; $19,3 \text{ m/s}^2$, 15° ; les angles sont comptés à partir de l'axe horizontal.
4. $2 \times 10^4 \text{ N}$
- 5a. 500 N b. 0,52 m/s
6. $32 \times 10^3 \text{ N}$; 35200 N ; 28800 N
- 7a. 7,2 N b. 56°
8. 3,75 m ; 8,66 m
9. $-m_2 \mathbf{F} / (m_1 + m_2)$
- 10b. 10 *N* et 30 *N*