

CHAPITRE XIV : Les circuits à courant alternatif : impédance, puissance, facteur de qualité et largeur de bande

L'impédance complexe :

On définit une grandeur complexe, l'impédance Z , qui caractérise la résistance du circuit au passage du courant :

$$\boxed{Z \equiv \frac{\hat{v}}{\hat{i}}}$$

Son module permet de passer de l'amplitude ou de la valeur efficace de la tension à celle du courant ou vice versa :

$$|Z| = \frac{v_0}{i_0} = \frac{v_{\text{eff}}}{i_{\text{eff}}}$$

Sa phase donne le déphasage de la tension par rapport au courant :

$$\operatorname{tg} \phi_{v/i} = \frac{\operatorname{Im}\{Z\}}{\operatorname{Re}\{Z\}} \quad \cos \phi_{v/i} = \frac{\operatorname{Re}\{Z\}}{|Z|}$$

Le calcul de l'impédance d'un circuit :

L'impédance d'une résistance :

$$Z_R = |Z_R| = R$$

L'impédance d'un condensateur :

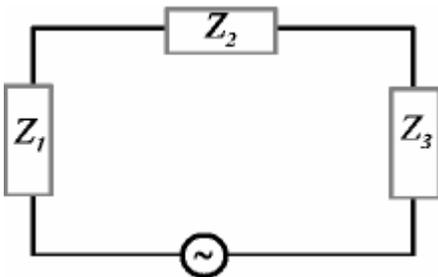
$$Z_C = -\frac{1}{\omega C} j = -X_C j \quad |Z_C| = X_C$$

L'impédance d'un inducteur :

$$Z_L = \omega L j = X_L j \quad |Z_L| = X_L$$

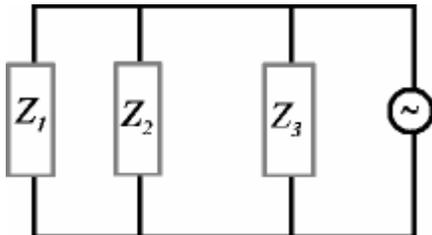
Les groupements d'impédances :

a) En série



$$Z_{eq} = \sum_{i=1}^n Z_i$$

b) en parallèle



$$\frac{1}{Z_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{Z_i}$$

Exemple : l'impédance d'un circuit RLC série :

$$Z = R + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) j$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

$$\text{tg}(\varphi) = \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}{R}$$

La puissance moyenne dans un circuit AC

$$\langle p \rangle = \text{Re} \{ Z \} i_{\text{eff}}^2 \quad \text{car} \quad \langle p_L \rangle = \langle p_C \rangle = 0$$

$$\boxed{\langle p \rangle = i_{\text{eff}} v_{\text{eff}} \cos \varphi} \quad \text{car} \quad v_{\text{eff}} = |Z| i_{\text{eff}}$$

Le phénomène de résonance

Dans un circuit qui n'est pas purement résistif, $|Z|$ varie avec ω et par conséquent il en va de même pour le courant qui circule dans le circuit.

Phénomène de résonance :

si $|Z|$ passe par un minimum pour une valeur de la fréquence angulaire, ω_0 , le courant passe par un maximum car :

$$i_{\text{eff}} = v_{\text{eff}} / |Z|.$$

fréquence angulaire de résonance : ω_0

fréquence de résonance : $f_0 = \omega_0 / 2\pi$

Exemple : la résonance dans un circuit RLC série

$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ passe par un minimum, $|Z| = R$, pour

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}, \text{ pour le circuit RLC série}$$

$$\boxed{i_{\text{eff}}^{\text{max}} = \frac{v_{\text{eff}}}{R}}, \text{ pour le circuit RLC série}$$