DERIVEES

I Définition

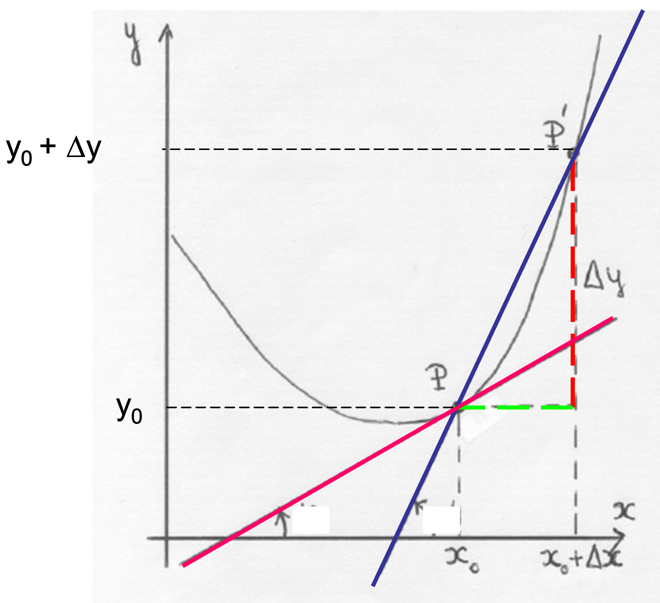
Soit une fonction continue : y = f(x). Sa dérivée est la limite du rapport de l'accroissement de la fonction à l'accroissement correspondant de la variable quand cet accroissement tend vers zéro. Dérivée de y par rapport à x :

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

Notations :

y'_x ou y' ou $f'(x)$

II Signification géométrique de la dérivée



coefficient angulaire de la sécante PP': $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

A la limite où $\Delta x \to 0$: la sécante tend vers la tangente en P et son coefficient angulaire tend vers: $y'(x_0)$

III. Calcul des dérivées des fonctions élémentaires

- si $y = a$ — $y' = 0$ (la dérivée d'une constante est nulle)
- si $y = x$ — $y' = 1$
- si $y = a\,x$ — $y' = a$
- si $y = u + v$ — $y' = u' + v'$
- si $y = u\,.\,v$ — $y' = u'\,v + u\,v'$
- si $y = a\,x^n$ — $y' = n\,a\,x^{n-1}$
- si $y = \dfrac{u}{v}$ — $y' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$
- si $y = \sqrt{u}$ — $y' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
- si $y = \sin u$ — $y' = u' \cos u$
- si $y = \cos u$ — $y' = -u' \sin u$
- si $y = \mathrm{tg}\, u$ — $y' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$
- si $y = e^u$ — $y' = u'e^u$
- si $y = \ln u$ — $y' = \dfrac{u'}{u}$

- dérivée d'une fonction de fonction :

si $y = f(u)$ et $u = g(x)$

$y'_x = y'_u \times u'_x$

DIFFERENTIELLES

On nomme différentielle (première) le produit :

$df = f'(x)\,\Delta x$

si $y = x$ $\quad dy = dx = 1.\,\Delta x \quad$ donc $dx = \Delta x$

D'où $\quad df = f'(x)\,dx$

$$f'(x) = \frac{df}{dx} = \frac{dy}{dx}$$