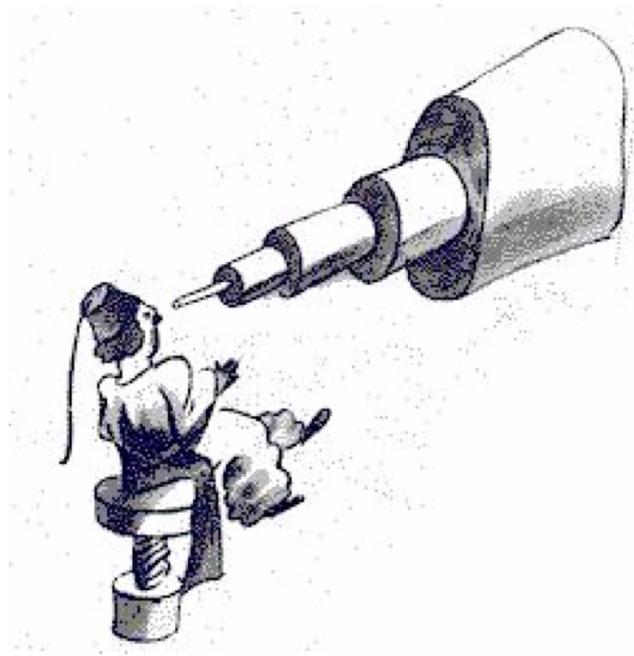


UNIVERSITE LIBRE DE BRUXELLES  
FACULTE DES SCIENCES

SPECTROPHYSIQUE  
ET  
ASTROPHYSIQUE



MICHEL GODEFROID  
SOPHIE VAN ECK  
2016-2017

PHYS-F-304

It is of great advantage to the student of any subject to read the original memoirs on that subject, for science is always most completely assimilated when it is in the nascent state.

---

*James Clerk Maxwell*  
1873

Crédit : Ce cours, destiné aux étudiants de la faculté des Sciences de l'Université Libre de Bruxelles, utilise les références suivantes :

- Astrophysics for Physicists, Arnab Rai Choudhuri
  - ASTROPHYSIQUE III : Dynamique stellaire et galactique, Dr. Pierre North, <https://documents.epfl.ch/groups/l/la/lastro-unit/www/AstroIII/2011-2012/dyn.pdf>
  - Astrophysique. Etoiles, Univers et relativité, Jean Heyvaerts, Dunod
  - The Physics and Chemistry of the Interstellar Medium, Alexander Tielens, Cambridge University Press
  - Astrophysics, Decoding the Cosmos, Judith A. Irwin, John Wiles & Sons, Ltd
  - Introduction à l'astrophysique, Alain Jorissen
  - A. Zavagno, cours
- ainsi que des références documentées dans les textes ou les figures.

Crédit illustration de la page de garde : Le petit prince, Antoine de Saint-Exupéry

# PARTIE ASTROPHYSIQUE

SOPHIE VAN ECK

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Transfert radiatif</b>	<b>1</b>
1.1	Introduction . . . . .	1
1.2	L'intensité spécifique et ses moments . . . . .	1
1.2.1	L'intensité spécifique . . . . .	1
1.2.2	L'intensité moyenne et la densité d'énergie . . . . .	3
1.2.3	Le flux . . . . .	4
1.2.4	La pression de radiation $P_\nu$ . . . . .	8
1.2.5	L'accélération radiative . . . . .	10
1.3	Interaction lumière - matière . . . . .	11
1.3.1	Le coefficient d'extinction . . . . .	11
1.3.2	Le coefficient d'émission . . . . .	12
1.4	L'équation de transfert . . . . .	13
1.4.1	Formulation générale . . . . .	13
1.4.2	La fonction source . . . . .	14
1.4.3	L'épaisseur optique . . . . .	15
1.4.4	La profondeur optique . . . . .	19
1.4.5	Solution formelle de l'équation de transfert . . . . .	20
1.5	Les coefficients d'Einstein pour les transitions liées-liées . . . . .	22
1.6	coefficients d'Einstein, d'extinction et d'émission . . . . .	27
1.6.1	Coefficient d'émission . . . . .	27
1.6.2	Coefficient d'extinction, corrigé de l'émission induite . . . . .	27
1.6.3	Fonction source . . . . .	28
<b>2</b>	<b>Propriétés du rayonnement de corps noir</b>	<b>31</b>
2.1	Formule de Planck . . . . .	31
2.1.1	Intensité du corps noir . . . . .	31
2.1.2	Flux du corps noir . . . . .	32
2.1.3	Energie totale du corps noir . . . . .	32
2.1.4	Luminosité du corps noir . . . . .	33

2.2	Caractéristiques . . . . .	33
2.2.1	Comportement asymptotique : petites fréquences (grandes longueurs d'onde) . . . . .	33
2.2.2	Comportement asymptotique : grandes fréquences (petites longueurs d'onde) . . . . .	34
2.2.3	Maximum . . . . .	34
2.3	Application au soleil . . . . .	39
2.3.1	Température effective du soleil . . . . .	39
2.3.2	Température de Wien du soleil . . . . .	43
2.4	L'équilibre thermique . . . . .	45
2.4.1	L'équilibre thermodynamique local . . . . .	46
<b>3</b>	<b>Corps noir et photométrie</b> . . . . .	<b>49</b>
3.1	Magnitude apparente . . . . .	49
3.2	Magnitude absolue . . . . .	51
3.3	Systèmes photométriques . . . . .	52
3.3.1	Filtres photométriques . . . . .	52
3.3.2	Correction bolométrique . . . . .	56
3.3.3	Indices de couleur . . . . .	56
3.4	Diagrammes couleur-couleur, rougissement interstellaire et extinction . . . . .	71
3.4.1	Perspective historique . . . . .	71
3.4.2	Extinction et rougissement . . . . .	74
3.4.3	Extinction interstellaire et nombre de grains le long de la ligne de visée . . . . .	87
3.5	La diffusion . . . . .	88
3.5.1	Diffusion élastique . . . . .	88
3.5.2	Diffusion inélastique : diffusion Compton par des électrons libres . . . . .	94
3.5.3	Diffusion par la poussière . . . . .	95
3.5.4	Remarques sur la diffusion . . . . .	100
<b>4</b>	<b>Introduction à l'astrophysique stellaire</b> . . . . .	<b>105</b>
4.1	Equations de base de structure stellaire . . . . .	105
4.1.1	Equilibre hydrostatique . . . . .	105
4.1.2	Théorème du viriel pour les étoiles . . . . .	106
4.1.3	Transport de l'énergie dans les étoiles . . . . .	108
4.1.4	Transport de l'énergie par le rayonnement dans les étoiles . . . . .	108
4.1.5	Transport d'énergie par la convection dans les étoiles . . . . .	109
4.2	Construction de modèles d'étoiles . . . . .	114

4.3	Relations simples entre paramètres stellaires . . . . .	115
4.4	La séquence principale, les géantes rouges et les naines blanches dans le diagramme HR . . . . .	118
4.5	Nucléosynthèse . . . . .	119
4.5.1	Taux de réaction nucléaires . . . . .	121
4.5.2	Réactions importantes dans les intérieurs stellaires . . . . .	125
4.5.3	La chaîne $pp$ . . . . .	125
4.5.4	Le cycle CNO . . . . .	126
4.5.5	Taux de génération d'énergie de la combustion de l'hydro- gène . . . . .	127
4.5.6	Réaction $3 - \alpha$ . . . . .	129
4.6	Evolution stellaire des étoiles simples ("back of the envelope") . . . . .	130
4.7	Nucléosynthèse des éléments plus lourds que le fer . . . . .	135
4.8	Systèmes binaires . . . . .	139
4.8.1	Lobes de Roche . . . . .	139
4.8.2	Evolution de systèmes binaires en interaction . . . . .	139
4.8.3	Exemple : les étoiles symbiotiques . . . . .	142
<b>5</b>	<b>Spectres stellaires et classification spectrale</b>	<b>153</b>
5.1	Types spectraux . . . . .	153
5.2	Classes de luminosité . . . . .	155
5.3	Composition chimique . . . . .	155
5.4	Diagramme de Hertzsprung – Russell . . . . .	163
5.4.1	Diagramme H-R du champ . . . . .	164
5.4.2	Diagrammes H-R d'amas stellaires . . . . .	167
<b>6</b>	<b>Notre Galaxie</b>	<b>175</b>
6.1	Introduction historique . . . . .	175
6.2	Le paradoxe d'Olbers . . . . .	175
6.3	Le modèle de Shapley . . . . .	179
6.3.1	La rotation galactique . . . . .	180
<b>7</b>	<b>Les phases du milieu interstellaire : Nébuleuses gazeuses et régions HII</b>	<b>189</b>
7.1	Les sources d'énergie du milieu interstellaire . . . . .	190
7.1.1	Le champ de rayonnement . . . . .	190
7.1.2	Le champ magnétique . . . . .	190
7.1.3	Les rayons cosmiques . . . . .	190
7.1.4	L'énergie cinétique . . . . .	194
7.2	Les phases de l'ISM . . . . .	194
7.2.1	Les régions HI . . . . .	197

7.2.2	Les nuages moléculaires . . . . .	207
7.2.3	Nébuleuses gazeuses . . . . .	208
<b>8</b>	<b>Astronomie extragalactique</b>	<b>215</b>
8.1	Démographie galactique . . . . .	215
8.2	Les galaxies actives . . . . .	220
8.3	Variation des constantes fondamentales . . . . .	222
<b>9</b>	<b>Annexes</b>	<b>229</b>

# Chapitre 1

## Transfert radiatif

### 1.1 Introduction

L'interaction du rayonnement avec la matière peut être étudiée au niveau microscopique et macroscopique.

Au niveau macroscopique, on introduit des coefficients d'absorption et d'émission, et on résout l'équation de transfert du rayonnement en supposant ces coefficients connus. L'équation de transfert décrit le transfert du rayonnement à travers un milieu, et permet par exemple de calculer le spectre émergent de l'atmosphère d'une étoile.

Au niveau microscopique, on calcule les coefficients d'émission et d'absorption à partir de la physique des atomes.

### 1.2 L'intensité spécifique et ses moments

#### 1.2.1 L'intensité spécifique

L'idée est de donner une description mathématique au champ de rayonnement en un point de l'espace. Si le rayonnement est celui d'un corps noir, qui possède la propriété d'être homogène et isotrope, alors la densité d'énergie est donnée par la fonction de Planck<sup>1</sup>.

$$u_\nu d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad (1.1)$$

Comme le rayonnement d'un corps noir est isotrope, la direction n'intervient pas. Cependant, dans le cas général, le champ de rayonnement n'est pas isotrope

---

1. Pour la dérivation, voir un cours de physique statistique, par exemple : "Physique statistique", Diu, Guthmann, Lederer, Roulet, p 825.

(par exemple lorsque des rayons lumineux filtrent dans une pièce à travers une persienne, selon une direction privilégiée). Une description plus compliquée est donc nécessaire.

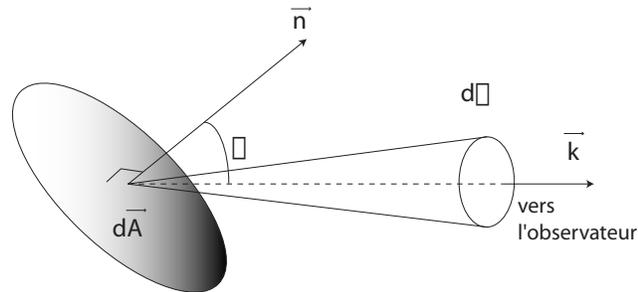


FIGURE 1.1 – L'intensité spécifique.

Considérons (Fig. 1.1) en un point de l'espace une surface élémentaire  $dA$  et la quantité d'énergie  $d\mathcal{E}$  transportée par un rayonnement de fréquence dans l'intervalle  $\nu, \nu + d\nu$  passant à travers cette surface pendant le temps  $dt$ , dans l'angle solide  $d\Omega$  et dans la direction  $\vec{k}$ . Il est logique que la quantité d'énergie  $\delta\mathcal{E}$  soit proportionnelle à l'aire projetée<sup>2</sup>  $dA \cos \theta$ , à  $dt$ ,  $d\Omega$  et  $d\nu$ . On écrit  $I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t)$  ce coefficient de proportionnalité et on le nomme *intensité spécifique* :

$$\delta\mathcal{E} = I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) dA \cos \theta d\Omega d\nu dt \quad (1.2)$$

Si  $I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t)$  est connu en tout point et pour toutes les directions à un instant  $t$ , alors on a une description complète du champ de rayonnement à cet instant.

### Remarques supplémentaires

- Une fois qu'on a fait le passage à la limite  $\Delta\Omega \rightarrow 0$ , le faisceau n'est plus divergent, il n'y a donc pas de dilution de l'énergie lors du trajet du faisceau lumineux dans l'espace, et l'intensité est indépendante de la distance à la source.

<sup>2</sup>. car la section du faisceau passant à travers la section  $dA$  dans la direction  $\theta$  vaut en fait seulement  $dA \cos \theta$ .

- L'intensité spécifique dépend de la localisation dans l'espace, de la direction et de la fréquence. Elle ne peut donc être déterminée que pour des sources qui sont spatialement résolues (planètes, soleil, nébuleuses, galaxies, etc).
- Dimensions de l'intensité (cgs) :  $[I] = \text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1} \text{steradian}^{-1}$  ou  $[I] = \text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{steradian}^{-1}$ .
- Tout ce qui précède concerne l'intensité *monochromatique*. L'intensité *totale* est  $I = \int_0^\infty I_\nu d\nu$

### 1.2.2 L'intensité moyenne et la densité d'énergie

#### L'intensité moyenne

Il est utile de définir diverses moyennes angulaires de l'intensité spécifique, ou *moments*. L'intensité moyenne en un point  $x$  est la somme des intensités  $I(\vec{k}, x, \nu, t)$  provenant de toutes les directions et normalisée par l'angle solide contenu dans une sphère. C'est le moment d'ordre zéro de l'intensité spécifique :

$$J(\vec{r}, \nu, t) = \frac{\oint_{4\pi} I(\vec{r}, \theta, \nu, t) d\Omega}{\oint_{4\pi} d\Omega} \quad (1.3)$$

$$= \frac{1}{4\pi} \oint_{4\pi} I(\vec{r}, \theta, \nu, t) d\Omega \quad (1.4)$$

$$= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_\nu \sin \theta d\theta d\varphi \quad (1.5)$$

Pour un rayonnement *isotrope*,  $J(\nu, t) = I(\nu, t)$

#### La densité d'énergie

Considérons un petit volume  $dV$  de longueur  $dl$  traversé par de la radiation. Comme  $dV = dl dA \cos \theta$  et  $dl = c dt$ , l'énergie dans  $dV$  venant de  $d\Omega$  est :

$$\delta \mathcal{E} = I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) dA \cos \theta d\Omega d\nu dt = \frac{1}{c} I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) dV d\Omega d\nu \quad (1.6)$$

En intégrant sur tous les angles solides et sur tout le volume  $V$ , on a :

$$\mathcal{E}(\vec{r}, \nu, t) d\nu = \frac{1}{c} \left[ \int_V dV \oint I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) d\Omega \right] d\nu \quad (1.7)$$

Si  $V$  tend vers zéro,  $I$  devient homogène dans  $V$  et les deux intégrales sont séparables. La densité d'énergie monochromatique<sup>3</sup> est :

$$u_\nu = u(\vec{r}, \nu, t) = \frac{1}{c} \oint I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) d\Omega = \frac{4\pi}{c} J(\vec{r}, \nu, t) \quad (1.8)$$

La densité d'énergie totale est :

$$u = u(\vec{r}, t) = \int_0^\infty u(\vec{r}, \nu, t) d\nu = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty J(\vec{r}, \nu, t) d\nu = \frac{4\pi}{c} J(\vec{r}, t) \quad (1.9)$$

### 1.2.3 Le flux

Le flux monochromatique  $\vec{\mathcal{F}}(\vec{r}, \nu, t)$  est un vecteur dont la norme est la quantité d'énergie traversant une unité de surface par unité de temps et d'intervalle de fréquence. Le flux est le premier moment du champ de radiation par rapport à l'angle. Ses dimensions sont : ergs cm<sup>-2</sup> sec<sup>-2</sup> hz<sup>-1</sup>, ou J m<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup> hz<sup>-1</sup>, ou W m<sup>-2</sup>hz<sup>-1</sup>.

$$\vec{\mathcal{F}} = \oint I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) \vec{n} d\Omega \quad (1.10)$$

En particulier, pour une atmosphère plane homogène en  $x$  et  $y$ , seul  $\mathcal{F}_z$  est non nul et on appelle cette composante du flux "le flux", comme si c'était un scalaire :

$$\mathcal{F}_z = \oint I n_z d\Omega \quad (1.11)$$

Or  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi = -d\mu d\varphi$  (voir Fig. 1.2) et  $n_z = \cos \theta = \mu$ .

Donc :

$$\mathcal{F}(z, \nu, t) = 2\pi \int_{-1}^{+1} I(z, \mu, \nu, t) \mu d\mu \quad (1.12)$$

Le flux est compté positivement vers l'extérieur.

De même pour la symétrie cylindrique.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(z, \nu, t) &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_\nu \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi + \int_0^{2\pi} \int_{\pi/2}^\pi I_\nu \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_\nu \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi - \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_\nu (\pi - \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi \\ &= \mathcal{F}^+(z, \nu, t) - \mathcal{F}^-(z, \nu, t) \end{aligned} \quad (1.13)$$

3. Cette densité d'énergie notée usuellement  $u$  en théorie des atmosphères est la même que celle couramment notée  $\rho$  en électromagnétisme et qui vaut :  $\rho = \vec{D} \cdot \vec{E}/2$ , où  $\vec{E}$  est le vecteur champ électrique et  $\vec{D}$  le déplacement électrique. Attention cependant au facteur numérique qui varie selon le système d'unités utilisé (cgs/SI).

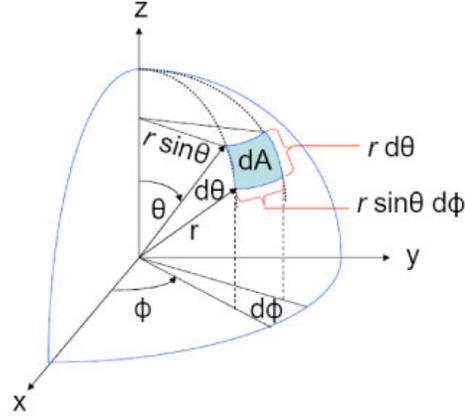


FIGURE 1.2 – Surface élémentaire intersectée par l'angle solide  $d\Omega$  en coordonnées sphériques  $(\theta, \varphi)$

avec les flux entrant  $\mathcal{F}^-(z, \nu, t)$  et sortant  $\mathcal{F}^+(z, \nu, t)$  positifs. Si le rayonnement est isotrope,  $\mathcal{F}_\nu^+ = \mathcal{F}_\nu^- = \pi I_\nu$  et  $\mathcal{F}_\nu = 0$ . Le flux est donc clairement une mesure de l'anisotropie du champ de rayonnement.

Pour la symétrie axiale (indépendance par rapport à  $\varphi$ ) :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}(z, \nu, t) &= 2\pi \int_0^\pi I_\nu \cos \theta \sin \theta d\theta \\
 &= 2\pi \int_0^1 \mu I_\nu d\mu - 2\pi \int_0^{-1} \mu I_\nu d\mu \\
 &= \mathcal{F}^+(z, \nu, t) - \mathcal{F}^-(z, \nu, t)
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

Le flux émis par une étoile sphérique (ne recevant aucun flux de l'extérieur) par unité de surface au rayon  $r = R$  est :

$$\mathcal{F}^+(z, \nu, t)(r = R) = \mathcal{F}^{\text{surface}}(z, \nu, t) = \pi \overline{I_\nu^+} \tag{1.15}$$

où  $\overline{I_\nu^+}$  est l'intensité moyennée sur le disque stellaire reçue par un observateur distant. Cette équation explique pourquoi on utilise aussi le *flux astrophysique*  $F_A$  :

$$F_A(z, \nu, t) = \frac{1}{\pi} \mathcal{F}(z, \nu, t) \tag{1.16}$$

ainsi :

$$F_A = \overline{I^+}$$

On définit aussi le *flux d'Eddington* :

$$H(z, \nu, t) = \frac{1}{4\pi} \mathcal{F}(z, \nu, t) \quad (1.17)$$

qui est en fait le moment d'ordre 1 de l'intensité spécifique :

$$\vec{H}(\vec{r}, \nu, t) = \frac{\oint_{4\pi} I(\vec{r}, \theta, \nu, t) \vec{n} d\Omega}{\oint_{4\pi} d\Omega} \quad (1.18)$$

Et comme pour l'intensité moyenne, en cas de symétrie radiale, on a :

$$H(z, \nu, t) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^{+1} \mu I(z, \mu, \nu, t) d\mu = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \mu I(z, \mu, \nu, t) d\mu \quad (1.19)$$

Exemple : le flux du Soleil au-dessus de l'atmosphère terrestre est :

$$\mathcal{F}_{\odot}^+ \equiv \epsilon_{\odot} = 1.36 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2} = 1.36 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}. \quad (1.20)$$

Il est appelé la **constante solaire** (cf Sect. 2.3.1).

### Décroissance du flux en l'inverse du carré de la distance

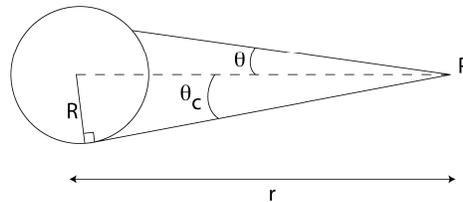


FIGURE 1.3 – Flux émis par une sphère d'intensité uniforme

Montrons qu'il n'y a pas de contradiction entre la constance de l'intensité spécifique et la loi de la décroissance du flux en l'inverse du carré de la distance. Considérons une sphère de brillance uniforme, c'est-à-dire que tous les faisceaux lumineux quittant la sphère ont la même intensité spécifique. Comme  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ , le flux, à une distance quelconque, est (Fig.1.3) :

$$\mathcal{F} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\theta_c} B \sin \theta \cos \theta d\theta \quad (1.21)$$

où  $\theta_c = \arcsin(R/r)$ . Donc

$$\mathcal{F} = 2\pi B \left[ \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right]_0^{\arcsin(R/r)} = \pi B \left( \frac{R}{r} \right)^2 \quad (1.22)$$

Donc bien que l'intensité spécifique soit constante, le flux décroît en raison de la décroissance de l'angle solide sous-tendu par l'objet.

Un cas particulier utile est le calcul du flux à la surface de l'objet :  $r=R$  :

$$\mathcal{F} = \pi B \quad (1.23)$$

Donc le flux émis par la surface d'une sphère d'intensité spécifique constante  $B$  est simplement  $\pi B$ .

### Luminosité

La *luminosité* d'une étoile est la quantité d'énergie quittant la surface de l'étoile par unité de temps (la quantité d'énergie qu'il rayonne chaque seconde). C'est donc le flux intégré (sur toutes les fréquences) multiplié par la surface de l'étoile. On l'appelle aussi *luminosité bolométrique*.

$$L = \int_{\Sigma} dA \int_0^{\infty} \mathcal{F}_{\nu}^{+} d\nu \quad (1.24)$$

$$L = 4\pi R^2 \mathcal{F}^{+} \quad (1.25)$$

Si on fait référence au rayonnement de l'étoile dans une bande spectrale restreinte (soit  $X$ ), on parle de *luminosité dans la bande X*.

### Eclairement ou flux reçu

L'éclairement  $F$ , ou *flux reçu*, produit par l'astre au niveau de l'observateur est la puissance reçue par unité de surface collectrice de lumière orientée perpendiculairement à la ligne de visée, hors atmosphère. Il a pour dimensions des  $W \cdot m^{-2} = J \cdot s^{-1} \cdot m^{-2}$ .

Si l'émission est isotrope et qu'il n'y a pas d'absorption du rayonnement entre l'astre et l'observateur, toute la luminosité  $L$  de l'astre est transmise à la distance  $D$  de manière uniforme à travers une sphère de surface  $4\pi D^2$ . Donc le flux reçu d'une étoile de luminosité  $L$  située à une distance  $D$  est :

$$F = \frac{L}{4\pi D^2} \quad (1.26)$$

#### 1.2.4 La pression de radiation $P_\nu$

L'existence d'une pression du rayonnement (ou de radiation) provient du fait que de la quantité de mouvement est transportée par le rayonnement. Adoptons un point de vue "photonique" : comme pour des particules matérielles, on définit de tenseur de pression de radiation  $P$  tel que  $P_\nu^{i,j}$  est le transport net, par unité d'aire d'une surface orientée perpendiculairement à l'axe de coordonnée  $i$ , de la composante  $j$  de la quantité de mouvement des photons.

On peut vérifier l'homogénéité :

$$\begin{aligned} \text{pression} &= \text{force/surface} \\ &= \text{masse} \times \text{acceleration/surface} \\ &= \frac{d}{dt}(\text{masse} \times \text{vitesse})/\text{surface} \\ &= \frac{d}{dt}(\text{quantite de mouvement})/\text{surface} \end{aligned}$$

La **fonction de distribution des photons**  $f_R(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t)$  est par définition le nombre de photons en  $\vec{r}$ , par unité de volume, par unité d'intervalle de fréquence, unité d'angle solide, se propageant dans la direction  $\vec{n}$ , à l'instant  $t$ . Le nombre de photons traversant l'élément de surface  $d\vec{A}$  pendant le temps  $dt$  est :

$$f_R c dt d\vec{A} \cdot \vec{n} d\Omega d\nu \quad (1.27)$$

donc l'énergie transportée est :

$$h\nu c f_R dA \cos\theta d\Omega d\nu dt \quad (1.28)$$

et par comparaison avec l'Eq.1.2 :

$$I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) = ch\nu f_R(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) \quad (1.29)$$

Donc le nombre de photons traversant une surface unité perpendiculaire à l'axe de coordonnée  $i$ , par unité de temps, est  $c f_R(n, \nu) n^i = I(\vec{n}) / (h\nu)$ .

Chaque photon possède une quantité de mouvement  $(h\nu/c)n^j$  dans la direction  $j$ . En intégrant sur tous les angles solides, on a :

$$P_{\nu}^{ij} = \oint_{4\pi} f_{\mathbb{R}}(\vec{n}, \nu)(cn^i)(h\nu/c)n^j d\Omega$$

ou encore :

$$P_{\nu}^{ij} = \frac{1}{c} \oint_{4\pi} I_{\nu}(\vec{n})n^i n^j d\Omega \quad [\text{erg/cm}^3/\text{Hz}]$$

En coordonnées cartésiennes :

$$P_{\nu}^{xx} = \frac{1}{c} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d\mu (1 - \mu^2) \cos^2 \phi I_{\nu}(\mu, \phi) \quad (1.30)$$

$$P_{\nu}^{yy} = \frac{1}{c} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d\mu (1 - \mu^2) \sin^2 \phi I_{\nu}(\mu, \phi) \quad (1.31)$$

$$P_{\nu}^{zz} = \frac{1}{c} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d\mu \mu^2 I_{\nu}(\mu, \phi) \quad (1.32)$$

$$P_{\nu}^{xy} = \frac{1}{c} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d\mu (1 - \mu^2) \sin \phi \cos \phi I_{\nu}(\mu, \phi) \quad (1.33)$$

$$P_{\nu}^{xz} = \frac{1}{c} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d\mu \mu (1 - \mu^2)^{1/2} \cos \phi I_{\nu}(\mu, \phi) \quad (1.34)$$

$$P_{\nu}^{yz} = \frac{1}{c} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d\mu \mu (1 - \mu^2)^{1/2} \sin \phi I_{\nu}(\mu, \phi) \quad (1.35)$$

$$(1.36)$$

$P_{\nu}^{ij}$  est symétrique en  $i$  et  $j$ , donc dans des milieux à 1, 2 et 3 dimensions, il comporte respectivement 1, 3 et 6 composantes non-redondantes.

La trace de  $P_{\nu}^{ij}$  est un scalaire, donc est indépendante du système de coordonnées.

En notation dyadique,

$$\mathbf{P}_{\nu} = \frac{1}{c} \oint_{4\pi} I_{\nu}(\vec{n})\vec{n}\vec{n}d\Omega. \quad (1.37)$$

En intégrant sur la fréquence, on obtient le tenseur de pression de radiation :

$$\mathbf{P} = \frac{1}{c} \int_0^{\infty} d\nu \oint_{4\pi} I_{\nu}(\vec{n})\vec{n}\vec{n}d\Omega \quad [\text{erg/cm}^3]. \quad (1.38)$$

Par ailleurs, on définit de manière formelle le moment d'ordre 2 de l'intensité spécifique :

$$\mathbf{K}(\vec{r}, \nu, t) = \frac{\oint_{4\pi} I(\vec{r}, \theta, \nu, t)\vec{n}\vec{n}d\Omega}{\oint_{4\pi} d\Omega} \quad (1.39)$$

Comme pour l'intensité moyenne, en cas de symétrie radiale, on a :

$$K(z, \nu, t) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^{+1} \mu^2 I(z, \mu, \nu, t) d\mu = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \mu^2 I(z, \mu, \nu, t) d\mu \quad (1.40)$$

On a donc la relation suivante (entre tenseurs) :

$$\mathbf{P}(r, \nu, t) = \frac{4\pi}{c} \mathbf{K}(\vec{r}, \nu, t) \quad (1.41)$$

### Cas particuliers

Si la radiation est isotrope, alors le tenseur de pression de radiation est diagonal et peut être remplacé dans les calculs par le scalaire "pression hydrostatique monochromatique" :

$$\begin{aligned} p(r, \nu, t) &= \frac{1}{c} \oint I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) \cos^2 \theta d\Omega \\ &= \frac{1}{c} J(\vec{r}, \nu, t) \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 \mu^2 d\mu \\ &= \frac{1}{c} J(\vec{r}, \nu, t) 2\pi \frac{2}{3} \\ &= \frac{4\pi}{c} J(\vec{r}, \nu, t) \frac{1}{3} \\ p(r, \nu, t) &= \frac{1}{3} u(\vec{r}, \nu, t) = \frac{1}{3} u_\nu \end{aligned} \quad (1.42)$$

La dernière ligne provient de la définition de la densité d'énergie monochromatique (Eq. 1.8).

Si, en plus d'être isotrope, le rayonnement est à l'équilibre thermodynamique, on a (avec l'Eq. 2.15) :

$$p^*(z, \nu, t) = \frac{1}{3} u^*(z, \nu, t) = \frac{4\pi}{3c} B_\nu(T) = \frac{4\sigma}{3c} T^4 \quad (1.43)$$

### 1.2.5 L'accélération radiative

Lors d'un processus d'absorption, les photons communiquent aux atomes l'énergie (Eq. 1.2) :

$$d(\delta\mathcal{E}^{\text{abs}}) = dI_\nu dA \cos \theta d\Omega d\nu dt \quad (1.44)$$

$$= (\kappa_\nu I_\nu ds) dA \cos \theta d\Omega d\nu dt \quad (1.45)$$

L'énergie absorbée totale est (en utilisant l'Eq. 1.11, et en supposant  $\kappa_\nu$  indépendant de  $d\Omega$ ) :

$$\delta\mathcal{E}^{\text{abs}} = \int_0^\infty \kappa_\nu \left( \int_{4\pi} I_\nu \cos\theta d\Omega \right) d\nu dA dt ds \quad (1.46)$$

$$= \int_0^\infty \kappa_\nu \mathcal{F}_\nu d\nu dA dt ds \quad (1.47)$$

L'impulsion communiquée aux atomes est :

$$dp = \frac{\delta\mathcal{E}^{\text{abs}}}{c} \quad (1.48)$$

et la force résultante est :

$$f_{\text{rad}} = \frac{dp}{dt} \quad (1.49)$$

$$= \frac{1}{c} \int_0^\infty \kappa_\nu \mathcal{F}_\nu d\nu dA ds \quad (1.50)$$

$$= \frac{1}{\rho c} \int_0^\infty \kappa_\nu \mathcal{F}_\nu d\nu dm \quad (1.51)$$

$$= g_{\text{rad}} dm \quad (1.52)$$

avec  $dm = \rho dA ds$ . Donc (avec l'Eq. 1.17) :

$$\boxed{g_{\text{rad}} = \frac{1}{\rho c} \int_0^\infty \kappa_\nu \mathcal{F}_\nu d\nu = \frac{4\pi}{\rho c} \int_0^\infty \kappa_\nu H_\nu d\nu} \quad (1.53)$$

## 1.3 Interaction lumière - matière

### 1.3.1 Le coefficient d'extinction

Le coefficient d'extinction monochromatique  $\chi(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t)$  est défini tel qu'un élément de matière de section  $dA$  et de longueur  $ds$ , retire d'un faisceau lumineux d'angle solide  $d\Omega$ , d'intensité spécifique  $I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t)$ , et incident perpendiculairement à  $dA$ , la fraction d'énergie suivante (par intervalle de fréquence  $d\nu$  et de temps  $dt$ ) :

$$\delta\mathcal{E} = \chi(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) dA ds d\Omega d\nu dt \quad (1.54)$$

Le plus souvent  $\chi(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t)$  ( $= \chi_\nu$  en abrégé) est appelé *opacité*, et parfois *coefficient d'absorption*. Il a pour dimension le  $\text{cm}^{-1}$ .  $1/\chi_\nu$  (cm) est la distance sur laquelle un photon peut se propager avant d'être retiré du faisceau : c'est le libre parcours moyen du photon.

Pour un milieu statique (pas d'effet Doppler) et sans direction privilégiée à l'échelle atomique (par exemple par un champ magnétique), l'opacité est isotrope. On distingue l'absorption et la diffusion.

$$\chi(\vec{r}, \nu, t) = \kappa(\vec{r}, \nu, t) + \sigma(\vec{r}, \nu, t) \quad (1.55)$$

Il est courant d'inclure aussi, dans le coefficient d'extinction  $\chi_\nu$ , une correction négative pour l'émission induite, car ce processus est proportionnel à l'intensité spécifique et, en pratique, annule une partie de l'opacité.

### 1.3.2 Le coefficient d'émission

Par définition, le coefficient d'émission monochromatique  $j$  est tel que la quantité d'énergie émise par un élément de matière de section efficace  $dA$  et de longueur  $ds$ , dans l'angle solide  $d\Omega$ , dans l'intervalle de fréquence  $d\nu$  et dans l'intervalle de temps  $dt$  est :

$$\delta\mathcal{E} = j(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) dA ds d\Omega d\nu dt \quad (1.56)$$

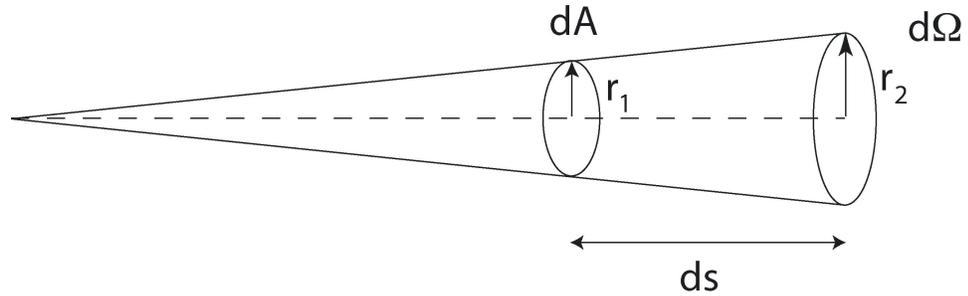


FIGURE 1.4 – L'angle solide élémentaire tronqué est une portion de cône élémentaire qui peut être assimilée à un cylindre élémentaire

Comme  $r_1 \approx r_2 \ll ds$ , on assimile le cône tronqué à un cylindre<sup>4</sup>, de volume  $dA \times ds$ .

Unités du coefficient d'émission monochromatique  $j$  :

$$\text{erg cm}^{-3} \text{ ster}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

ou  $\text{J cm}^{-3} \text{ ster}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ s}^{-1}$  (car  $1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$ )

ou  $\text{W cm}^{-3} \text{ ster}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$  (car  $1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ J}$ )

4. Volume d'un cône tronqué :  $1/3(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2})H$ , où  $A_1$  et  $A_2$  sont les aires des bases, et  $H$  la hauteur. Si  $A_1 \rightarrow A_2$ , le volume du cône tronqué tend bien vers celui du cylindre  $AH$ .

D'après les eq. 1.56 et 1.2, la contribution à l'intensité s'écrit, avec  $\theta = 0$  (car l'émission est supposée perpendiculaire à la surface infinitésimale  $dA$ ) :

$$dI(\vec{r}, \nu, t) = j(\vec{r}, \nu, t) ds \quad (1.57)$$

Il ne suffit pas que le milieu soit statique (et sans direction privilégiée) pour que l'émission soit isotrope. Même si l'élément de matière est isotrope, l'émission ne sera pas nécessairement uniforme dans toutes les directions, à cause de l'émission induite, qui se produit exactement dans la même direction que le rayonnement incident déclencheur, et qui donnera donc une résultante non nulle si le rayonnement incident n'est pas isotrope. Une condition nécessaire supplémentaire pour que l'émission de rayonnement soit isotrope est donc que l'élément de matière soit lui-même plongé dans un champ de rayonnement isotrope.

### Remarque sur les coefficients d'absorption et d'émission

Ces coefficients fournissent une description macroscopique de la manière dont la matière donne ou enlève de l'énergie au champ de rayonnement. Mais il serait illusoire de croire le problème du transfert de rayonnement résolu. Les populations des niveaux atomiques, qui déterminent la manière dont est retirée ou ajoutée de l'énergie au rayonnement, sont à leur tour déterminées par ce même rayonnement via les photoexcitations, photoionisations, émission radiative, recombinaison radiative, etc... Le problème demeure même si on fait l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local, ce qui nous permet de calculer les populations de niveaux à partir de seulement la densité et la température. En effet, la température elle-même dépend du rapport entre l'énergie émise et absorbée par la matière, et de propriétés globales de l'atmosphère (frontières, diffusion, gradients, ...). On a donc un problème intrinsèquement non-linéaire.

## 1.4 L'équation de transfert

### 1.4.1 Formulation générale

Considérons le transport d'énergie (dans un intervalle de fréquence  $d\nu$ ) traversant pendant le temps  $dt$  un petit cylindre de matière de section  $dA$  et de longueur  $ds$  perpendiculaire à  $dA$ , aligné sur la direction  $\vec{n}$ , dans l'angle solide  $d\Omega$ . La différence entre l'énergie émergente et l'énergie incidente doit être égale à la quantité d'énergie créée par émission dans le cylindre de matière moins la quantité d'énergie

absorbée.

$$\begin{aligned} & [I(\vec{r} + \Delta\vec{r}, \vec{n}, \nu, t + \Delta t) - I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t)] dAd\Omega d\nu dt \\ & = j(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) dAds d\Omega d\nu dt \\ & - \chi(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) dAds d\Omega d\nu dt \end{aligned} \quad (1.58)$$

Par ailleurs, comme  $c\Delta t = \Delta s$ , on a :

$$I(\vec{r} + \Delta\vec{r}, \vec{n}, \nu, t + \Delta t) = I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) + \left( \frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial s} \right) ds \quad (1.59)$$

On obtient ainsi l'équation de transfert :

$$\left( \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \right) I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) = j(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) - \chi(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) \quad (1.60)$$

### Coordonnées cartésiennes

$$\frac{\partial I}{\partial s} = \left( \frac{\partial I}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial x}{\partial s} \right) + \left( \frac{\partial I}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial y}{\partial s} \right) + \left( \frac{\partial I}{\partial z} \right) \left( \frac{\partial z}{\partial s} \right) \quad (1.61)$$

Donc pour un état stationnaire et pour une atmosphère plane-parallèle (avec  $\partial z / \partial s = \cos\theta = \mu$ ), l'équation de transfert devient :

$$\mu \frac{\partial I(z, \vec{n}, \nu)}{\partial z} = j(z, \vec{n}, \nu) - \chi(z, \vec{n}, \nu, t) I(z, \vec{n}, \nu) \quad (1.62)$$

Rappel :  $z$  augmente de la base de l'atmosphère vers l'extérieur de l'étoile. Si le milieu est statique,  $j(z, \vec{n}, \nu, t) = j(z, \nu)$  et  $\chi(z, \vec{n}, \nu, t) = \chi(z, \nu)$ .

### Constance de l'intensité spécifique dans le vide

Dans le vide,  $\chi_\nu = j_\nu = 0$ , donc l'Eq. 1.60 donne  $I_\nu = \text{constante}$ .

#### 1.4.2 La fonction source

On définit la fonction source par :

$$S(z, \nu) = j(z, \nu) / \chi(z, \nu) \quad (1.63)$$

Elle a les mêmes unités que l'intensité. L'équation de transfert 1.62 peut maintenant être écrite :

$$\frac{\mu}{\chi_\nu} \frac{\partial I_\nu}{\partial z} = S_\nu - I_\nu \quad (1.64)$$

On voit que  $I_\nu$  diminuera au fur et à mesure de la propagation si  $S_\nu < I_\nu$ , et augmentera si  $S_\nu > I_\nu$ .

Si le milieu traversé est à l'équilibre thermodynamique, alors  $I_\nu = B_\nu$  d'une part, et  $\frac{\partial I_\nu}{\partial z} = 0$  d'autre part. Donc :

$$\text{A l'équilibre thermodynamique} \quad S_\nu = I_\nu = B_\nu \quad (1.65)$$

### 1.4.3 L'épaisseur optique

Introduisons momentanément le concept d'*épaisseur optique*  $\tau_\nu$  :

$$d\tau_\nu(s) = \chi_\nu(s)ds \quad \text{ou encore} \quad \tau_\nu(D) = \int_0^D \chi_\nu(s)ds \quad (1.66)$$

Comme  $\chi^{-1}$  est le libre parcours moyen du photon,  $\tau_\nu(D)$  est le nombre de libres parcours moyens de photons de fréquence  $\nu$  pour un faisceau lumineux traversant un milieu d'épaisseur (géométrique)  $D$ . L'équation de transfert 1.62 peut maintenant être écrite :

$$\frac{\partial I_\nu}{\partial \tau_\nu} = S_\nu - I_\nu \quad (1.67)$$

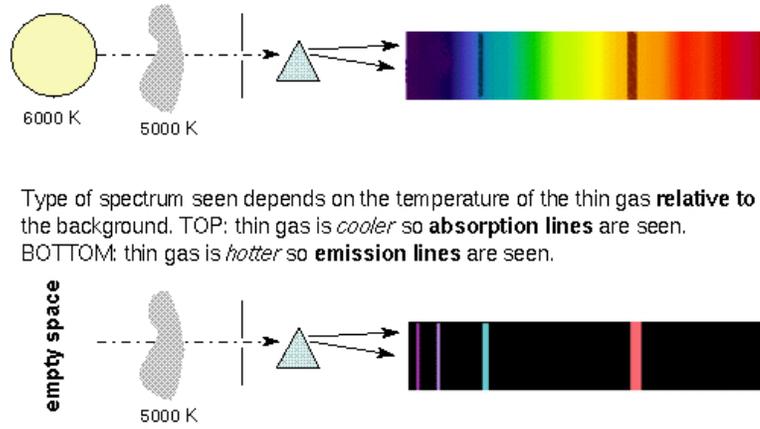
ou  $s$  (et donc  $\tau$ ) est mesuré le long de la direction de propagation ( $\mu = 1$ ).

Pour comprendre intuitivement l'épaisseur optique, supposons qu'il n'y ait pas d'émission, alors  $S_\nu = 0$ .

$$I_\nu(D) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu(D)} \quad (1.68)$$

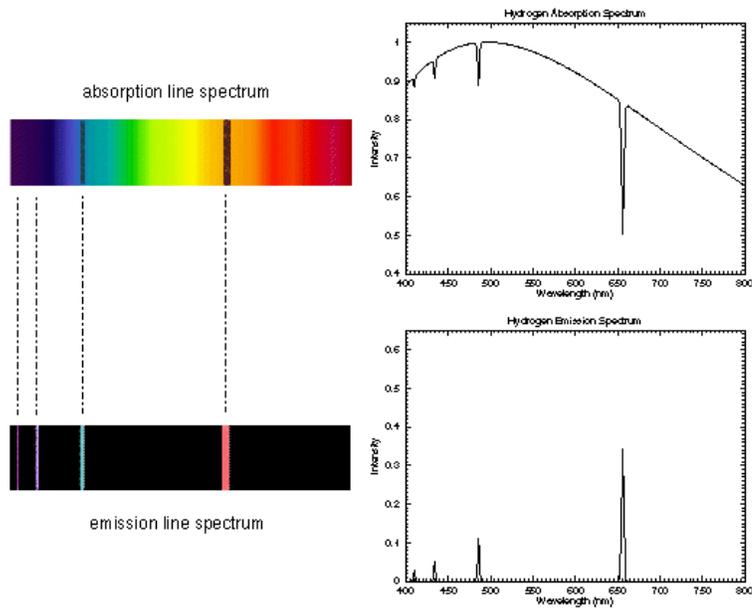
Donc pour  $\tau_\nu(D) \gg 1$ , l'extinction subie par le faisceau lumineux lors de la traversée du milieu d'épaisseur  $D$  sera grande, alors que pour  $\tau_\nu(D) \ll 1$ , elle sera faible. On fixe la transition entre les cas *optiquement épais* et *optiquement minces* (respectivement, grandes et petites extinctions) à la valeur  $1/e$ , donc à la profondeur optique  $\tau_\nu = 1$ .

Voyons maintenant pourquoi les spectres de nébuleuses présentent des raies en émission, alors que les spectres stellaires ont majoritairement des raies en absorption. Kirchhof et Bunsen ont observé que le spectre émis par un gaz chaud présente des raies en émission, alors que le spectre provenant d'un émetteur continu chaud passant à travers un gaz plus froid présente des raies en absorption (Fig. 1.5 et 1.6).



Type of spectrum seen depends on the temperature of the thin gas **relative to** the background. TOP: thin gas is *cooler* so **absorption lines** are seen. BOTTOM: thin gas is *hotter* so **emission lines** are seen.

FIGURE 1.5 – Copyrighted, 1998 - 2006 by Nick Strobel-  
www.astronomynotes.com



Two ways of showing the same spectra: on the **left** are pictures of the dispersed light and on the **right** are plots of the intensity vs. wavelength. Notice that the pattern of spectral lines in the absorption and emission line spectra are the **same** since the gas is the same.

FIGURE 1.6 – Copyrighted, 1998 - 2006 by Nick Strobel -  
www.astronomynotes.com

Reprenons l'équation de transfert 1.67.

$$\begin{aligned}\frac{\partial I_\nu}{\partial \tau_\nu} e^{\tau_\nu} + I_\nu e^{\tau_\nu} &= S_\nu e^{\tau_\nu} \\ \frac{\partial}{\partial \tau_\nu} (I_\nu e^{\tau_\nu}) &= S_\nu e^{\tau_\nu} \\ I_\nu e^{\tau_\nu} - I_\nu(0) &= \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu) e^{t_\nu} dt_\nu \\ I_\nu(\tau_\nu) &= I_\nu(0) e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t_\nu) e^{-(\tau_\nu - t_\nu)} dt_\nu\end{aligned}\quad (1.69)$$

Pour un milieu dans lequel  $S_\nu$  est isotrope<sup>5</sup>, on a :

$$I_\nu(D) = I_\nu(0) e^{-\tau_\nu(D)} + S_\nu \left(1 - e^{-\tau_\nu(D)}\right) \quad (1.70)$$

Considérons quelques cas simples (illustrés à la Fig. 1.7).

- $\tau_\nu \gg 1$  : cas optiquement épais. Si

$$\lim_{\tau_\nu \rightarrow \infty} I_\nu(0) e^{-\tau_\nu(D)/\mu} = 0 \quad (1.71)$$

alors  $I_\nu(D) \approx S_\nu$  (i.e., l'intensité incidente est totalement absorbée le long du chemin optique à cause de la très grande épaisseur optique), et, à l'ETL,  $I_\nu(D) \approx B_\nu$ . Dans ce cas, l'intensité émergente est indépendante de l'opacité du milieu (c'est le cas du corps noir).

- $\tau_\nu \ll 1$  : cas optiquement mince

$$e^{-\tau_\nu} \approx 1 - \tau_\nu \quad \text{pour} \quad \tau_\nu \ll 1$$

Donc :

$$I_\nu(D) = I_\nu(0)(1 - \tau_\nu) + \tau_\nu S_\nu \quad (1.72)$$

— Si  $I_\nu(0) = 0$ , alors  $I_\nu(D) = \tau_\nu S_\nu$ .

À l'ETL,  $S_\nu = B_\nu$ . Par ailleurs, supposons pour simplifier qu'il n'y a pas de diffusion ( $\chi_\nu = \kappa_\nu$ ) et que  $\kappa_\nu$  est constant le long de  $s$ , donc  $\tau_\nu = \kappa_\nu s$  et

$$I_\nu(D) = \kappa_\nu s B_\nu \quad (1.73)$$

L'intensité émergente est donc grande lorsque l'opacité est grande, et petite lorsque l'opacité est petite. Or l'opacité dépend de la longueur

---

5. Il ne suffit pas que le milieu soit homogène : même dans ce cas, si la diffusion ou l'émission induites sont importantes,  $S_\nu$  ne sera pas isotrope.

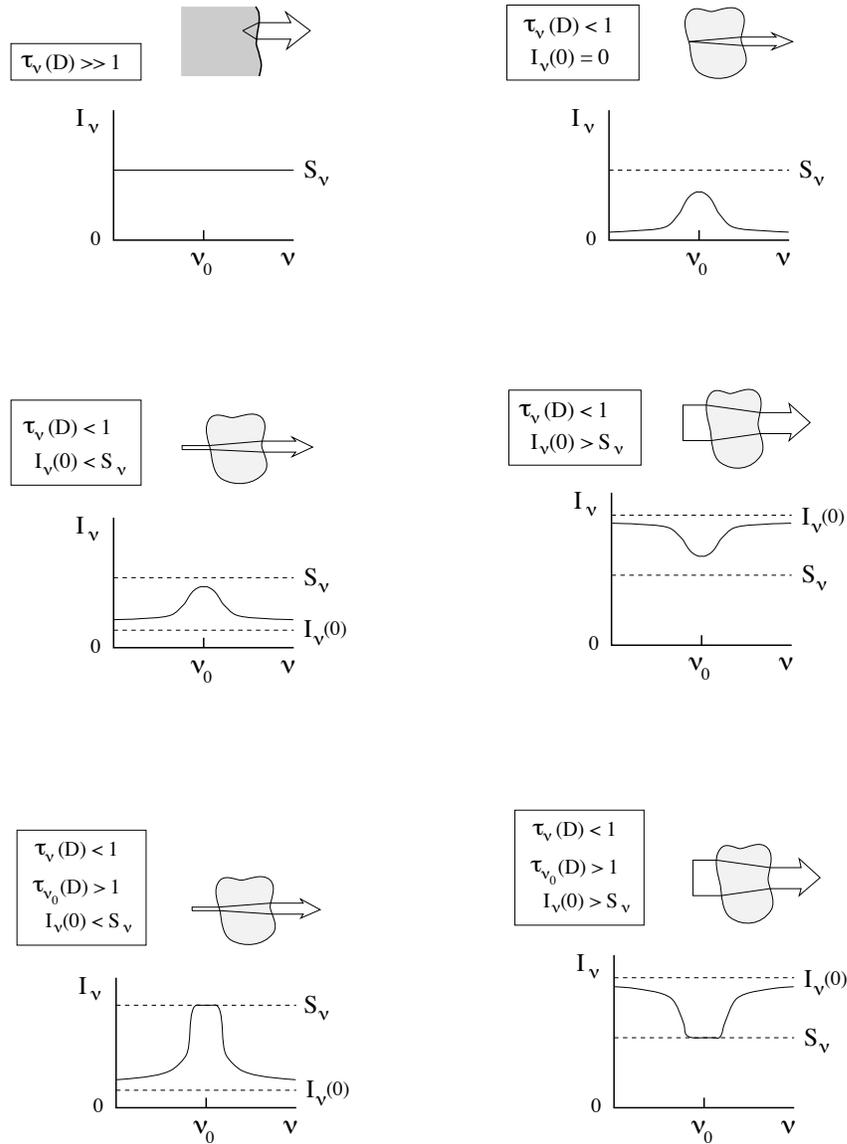


FIGURE 1.7 – Intensité émergente d'un milieu homogène où  $S_\nu$  est constante partout. Figure extraite de "Radiative transfer in stellar atmospheres", R.J. Rutten, [http://www.astro.uu.nl/~rutten/Astronomy\\_lecture.html](http://www.astro.uu.nl/~rutten/Astronomy_lecture.html)

d'onde, et présente des maxima à certaines longueurs d'onde (correspondant à des transitions atomiques). L'intensité émergente sera donc plus grande à ces longueurs d'onde-là : on verra des raies spectrales en émission.

Ce cas est important en astrophysique observationnelle. Supposons que l'on observe un grand nuage interstellaire dont la densité est située entre quelques particules par  $\text{cm}^3$  et environ 10000 particules par  $\text{cm}^3$ . Une telle nébuleuse présente un spectre de raies en émission, prouvant par là qu'elle est optiquement mince, au moins dans le continu et dans les ailes des raies, pas nécessairement au centre des raies. Si dans le continu et dans les ailes des raies  $\tau_\nu \ll 1$  mais que dans les raies  $\tau_\nu \gg 1$ , alors dans les ailes on aura  $I_\nu(D) = \tau S_\nu$  tandis que dans les raies on aura  $I_\nu(D) = S_\nu$  (Fig. 1.7).

— Si  $I_\nu(0) \neq 0$ , alors  $I_\nu(D) = I_\nu(0) - \tau_\nu(I_\nu(0) - S_\nu)$ .

Si l'intensité incidente est plus grande que la fonction source, alors quelque chose (de proportionnel à l'épaisseur optique) sera retranché de l'intensité incidente ; l'intensité sera moindre là où  $\kappa_\nu$  est grand, c'est-à-dire dans les raies spectrales (voir Fig. 1.7).

#### 1.4.4 La profondeur optique

Limitons-nous à l'atmosphère uni-dimensionnelle (plans-parallèles) indépendante du temps (Eq. 1.62). On définit la *profondeur optique*  $\tau$  :

$$\tau(z, \nu) = \int_z^\infty \chi(z', \nu) dz' \quad (1.74)$$

où  $z$  est la coordonnée du point envisagé dans l'atmosphère,  $z = \infty$  est la coordonnée de l'oeil de l'observateur ( $z$  augmente vers l'extérieur). Donc, comme la profondeur optique augmente au fur et à mesure que l'on descend à l'intérieur de l'atmosphère :

$$d\tau(z, \nu) = -\chi(z, \nu) dz \quad (1.75)$$

Comme  $\chi^{-1}$  est le libre parcours moyen du photon,  $\tau(z, \nu)$  est le nombre de libres parcours moyens de photons de fréquence  $\nu$  le long du trajet allant de  $z$  à  $\infty$  (en réalité de  $z$  à la surface de l'étoile).

L'équation de transfert 1.62 peut maintenant être écrite sous sa forme usuelle :

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial \tau_\nu} = I_\nu - S_\nu \quad (1.76)$$

Remarques :

- S'il n'y a que de l'extinction (pas d'émission) :

$$\frac{dI_\nu}{I_\nu} = \frac{d\tau_\nu}{\mu}$$

donc

$$I_\nu(\tau_\nu = 0) = I_\nu(\tau_\nu = T)e^{-T/\mu}$$

- S'il n'y a que de l'émission (pas d'extinction) :

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial z} = j_\nu \quad (1.77)$$

et donc :

$$I_\nu(Z) = I_\nu(0) + \frac{1}{\mu} \int_0^Z j_\nu(z) dz \quad (1.78)$$

Ce cas correspond à la formation des raies interdites dans les nébuleuses. Les électrons sont excités vers des niveaux métastables par des collisions, mais comme la densité est très faible, les chances de désexcitation par une autre collision sont infimes, donc de nombreux atomes se retrouvent dans ces états métastables. Quelques-uns se désexcitent par des transitions interdites, qui ont des probabilités de transition très faibles, mais pas nulles. Comme la raie est interdite, la probabilité de réabsorption est négligeable et le photon s'échappe.

- Emission dans le coeur des raies : Dans les étoiles froides, les raies extrêmement fortes du calcium II H et K montrent souvent une inversion (émission) dans la partie centrale du profil (Fig. 1.8). A cause des valeurs énormes de  $\chi_\nu^\ell$  au centre de ces raies, la profondeur optique unité n'est atteinte que bien au dessus de la photosphère. Le fait que l'on observe une émission centrale superposée au profil en absorption nous indique que  $S_\nu$  est plus grande dans la chromosphère que dans les régions légèrement sous-jacentes (le sommet de la photosphère). Les inversions de ce type sont courantes dans les étoiles froides, et intimement reliées à l'activité magnétique stellaire.

#### 1.4.5 Solution formelle de l'équation de transfert

On se limite à une atmosphère 1-D (plans-parallèles). L'équation 1.76 est une équation différentielle linéaire du 1<sup>er</sup> ordre à coefficients constants. On a :

$$\frac{\partial}{\partial \tau_\nu} \left( I_\nu e^{-\tau_\nu/\mu} \right) = -\frac{1}{\mu} S_\nu e^{-\tau_\nu/\mu} \quad (1.79)$$

$$\left[ I_\nu e^{-\tau_\nu/\mu} \right]_{\tau_1}^{\tau_2} = - \int_{\tau_1}^{\tau_2} S_\nu e^{-t/\mu} dt / \mu \quad (1.80)$$

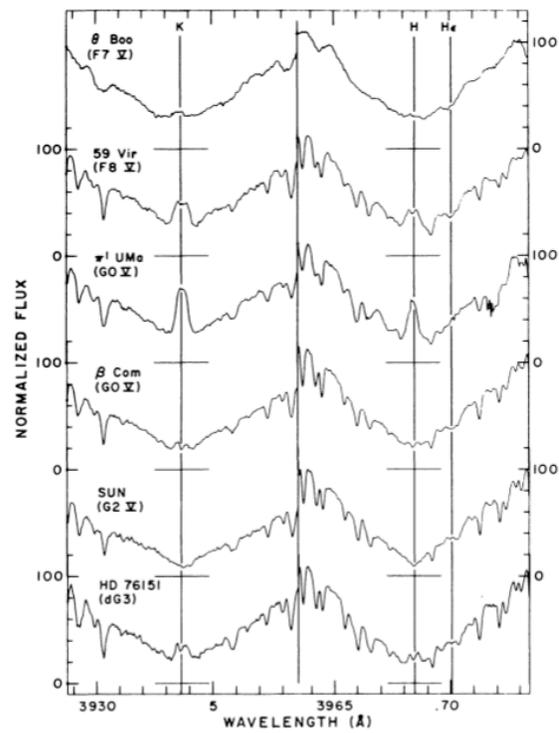


FIGURE 1.8 – Flux normalisé dans la région des raies H et K du calcium II. Des lignes verticales indiquent les longueurs d’onde de laboratoire des raies H et K, ainsi que de la raie d’hydrogène H<sub>̵</sub>. Le spectre solaire est en fait un spectre de la lune, renormalisé. Linsky et al., 1979, ApJS 41, 47

$$I(\tau_1, \mu, \nu) = I(\tau_2, \mu, \nu)e^{-(\tau_2 - \tau_1)/\mu} + \int_{\tau_1}^{\tau_2} S_\nu(t)e^{-(t - \tau_1)/\mu} dt / \mu \quad (1.81)$$

Considérons une atmosphère semi-infinie, c'est-à-dire un milieu qui a une frontière définie d'un côté (vers l'espace) mais dont la profondeur optique est telle de l'autre côté (vers le centre de l'étoile) qu'on peut supposer qu'elle s'étend à l'infini.

- *Intensité incidente*  $I^-(\mu, \nu)$  (pour laquelle  $\mu \leq 0$ ) :

Avec les conditions aux limites  $\tau_2 = 0$  et  $I(\tau_2 = 0, \mu, \nu) = 0$  (valable si on n'est pas, par exemple, en présence d'un système binaire serré), alors :

$$I^-(\tau_\nu, \mu, \nu) = - \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(t)e^{-(t - \tau_\nu)/\mu} dt / \mu \quad (1.82)$$

- *Intensité émergente*  $I^+(\mu, \nu)$  (pour laquelle  $\mu \geq 0$ ) :

Avec les conditions aux limites  $\tau_1 = \tau_\nu$  et  $\tau_2 = \infty$  et en supposant

$$\lim_{\tau_\nu \rightarrow \infty} I(\tau_\nu, \mu, \nu)e^{-\tau_\nu/\mu} = 0 \quad (1.83)$$

$$I^+(\tau_\nu, \mu, \nu) = \int_{\tau_\nu}^{\infty} S_\nu(t)e^{-(t - \tau_\nu)/\mu} dt / \mu \quad (1.84)$$

En particulier, l'intensité émergente vue par un observateur extérieur ( $\tau_\nu = 0$ ) est :

$$I^+(0, \mu, \nu) = \int_0^{\infty} S_\nu(t)e^{-t/\mu} dt / \mu \quad (1.85)$$

L'intensité émergente est donc une moyenne pondérée de la fonction source ; le facteur pondérant (pour chaque profondeur optique  $t$ ) est la fraction de l'intensité qui parvient de la profondeur optique  $t$  jusqu'à la surface. Mathématiquement parlant, l'Eq. 1.85 est la *transformée de Laplace* de la fonction source.

## 1.5 Les coefficients d'Einstein pour les transitions liées-liées

Nous considérons ici des atomes isolés, mais ce qui suit s'applique également aux molécules dont la structure rotationnelle est résolue.

La figure 1.9 montre les niveaux d'énergie d'un atome (ou d'une molécule), avec des populations de  $N_1$  et  $N_2$ , respectivement, et tels que  $E_2 - E_1 = h\nu_{12}$ .

Pour caractériser les processus radiatifs susceptibles de connecter ces 2 niveaux, il va être nécessaire de connaître :

### 1.5. LES COEFFICIENTS D'EINSTEIN POUR LES TRANSITIONS LIÉES-LIÉES<sup>23</sup>

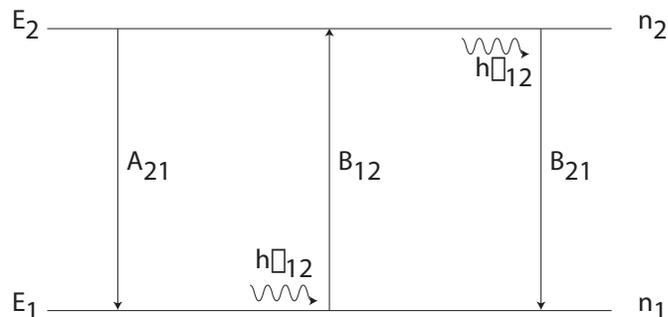


FIGURE 1.9 – Les coefficients d'Einstein

- la population de l'état initial : elle est déterminée, dans le cas particulier de l'ETL, par la distribution de Boltzmann, ainsi que par la largeur non nulle des niveaux. En effet, la raie spectrale a une certaine largeur qui découle de l'environnement de l'atome (température, pression) ainsi que de la durée de vie finie du niveau haut (au moins). La raie possède donc une certaine largeur  $\Delta\nu$  et peut être décrite soit par un *profil d'absorption*  $\phi_\nu$ , soit par un *profil d'émission*  $\psi_\nu$ . Ces profils sont normalisés :

$$\int \phi_\nu d\nu = \int \psi_\nu d\nu = 1 \quad (1.86)$$

Donc le nombre d'atome capables d'absorber des photons de fréquence  $\nu$  est  $N_1(\nu) = N_1\phi_\nu$ . De même le nombre d'atomes capables d'émettre des photons de fréquence  $\nu$  est  $N_2(\nu) = N_2\psi_\nu$

- la probabilité de la transition de l'état initial vers l'état final ; celle-ci est caractérisée par les coefficients d'Einstein.

On suppose que le rayonnement électromagnétique qui induit les transitions de l'atome est non polarisé et sa distribution spectrale est très large devant les intervalles caractéristiques du spectre atomique<sup>6</sup>.

Il existe trois processus radiatifs pour connecter les deux niveaux :

- **L'émission spontanée** : l'atome dans l'état 2 subit spontanément une transition vers l'état 1 avec émission d'énergie  $h\nu_{12}$ .

6. Ces hypothèses seraient tout à fait inadaptées dans le cas d'un laser ou d'un maser

Le nombre de transition par seconde est  $N_2\psi_\nu A_{21}$ .

Cette émission est isotrope.

- **L'absorption** : En présence d'un rayonnement de fréquence appropriée  $\nu_{12}$ , et d'intensité  $I_{\nu_{12}}$ , un atome dans l'état 1 peut passer à l'état 2 avec absorption d'énergie  $h\nu_{12}$ .

Le nombre de transitions par seconde est  $I_{\nu_{12}}N_1\phi_\nu B_{12}$ .

- **L'émission induite** : En présence d'un rayonnement de fréquence appropriée  $\nu_{12}$ , et d'intensité  $I_{\nu_{12}}$ , un atome peut passer de l'état 2 vers l'état 1 avec émission d'énergie  $h\nu_{12}$ .

Le nombre de transitions par seconde est  $I_{\nu_{12}}N_2\psi_\nu B_{21}$ .

Ce dernier processus est le moins intuitif, mais nous verrons qu'il est nécessaire étant donné la fonction de Planck.

On a admis ici que le profil pour l'émission induite est le même que celui pour l'émission spontanée, ce qui se démontre en mécanique quantique. L'émission induite est proportionnelle à l'intensité incidente et possède la même distribution angulaire ; pour cette raison, l'émission induite est parfois considérée comme une *absorption négative*, ce qui n'est pas tout à fait exact, puisqu'en général,  $\psi_\nu$  n'est pas égal à  $\phi_\nu$ .

Plaçons-nous à l'équilibre thermodynamique, ce qui entraîne plusieurs simplifications :

1.  $I_\nu = J_\nu = B_\nu(T)$
2. On peut montrer qu'alors  $\psi_\nu = \psi_\nu^* = \phi_\nu$ . Ainsi, à l'équilibre thermodynamique, les profils d'émission et d'absorption sont identiques.
3. Les populations  $N_1$  et  $N_2$  des niveaux  $E_1$  et  $E_2$  sont données par l'équation de Boltzmann :

$$\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^* = \frac{g_2 e^{-E_2/kT}}{g_1 e^{-E_1/kT}} = \frac{g_2}{g_1} e^{-h\nu_{12}/kT} \quad (1.87)$$

où  $g_1$  et  $g_2$  sont les degrés de dégénérescence de ces deux niveaux, c'est à dire le nombre d'états quantiques indépendants qui leur sont associés.

4. Même quand le système macroscopique n'est pas à l'ETL, on peut définir sa *température d'excitation*  $T_{\text{exc}}$  par :

$$\left(\frac{N_2}{N_1}\right) = \frac{g_2}{g_1} e^{-h\nu_{12}/kT_{\text{exc}}} \quad (1.88)$$

5. Enfin, à l'équilibre thermodynamique, les populations des niveaux sont indépendantes du temps. Il faut donc qu'il y ait constamment, pour chaque

## 1.5. LES COEFFICIENTS D'EINSTEIN POUR LES TRANSITIONS LIÉES-LIÉES<sup>25</sup>

niveau, compensation entre son peuplement et son dépeuplement<sup>7</sup> :

$$N_2^* A_{21} + J_{\nu_{12}}^* N_2^* B_{21} = J_{\nu_{12}}^* N_1^* B_{12} \quad (1.89)$$

On isole l'intensité moyenne :

$$J_{\nu_{12}}^* = \frac{A_{21}}{\frac{N_1^*}{N_2^*} B_{12} - B_{21}} = \frac{A_{21}}{\frac{g_1}{g_2} e^{h\nu_{12}/kT} B_{12} - B_{21}} \quad (1.90)$$

$$= \frac{\frac{A_{21}}{B_{21}}}{\frac{g_1}{g_2} \frac{B_{12}}{B_{21}} e^{h\nu_{12}/kT} - 1} \quad (1.91)$$

qui doit être égale, puisqu'on est à l'équilibre thermodynamique, à la valeur donnée par l'équation de Planck. Cette dernière vaut d'après l'Eq. 2.2 :

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (1.92)$$

Les deux densités d'énergie doivent être égales quelque soit la température T, donc :

$$B_{12}g_1 = B_{21}g_2 \quad (1.93)$$

$$A_{21} = \frac{2h\nu^3}{c^2} B_{21} \quad (1.94)$$

Les coefficients d'Einstein sont indépendants du temps et caractéristiques de l'atome considéré<sup>8</sup>. Donc même si les relations 1.93 et 1.94 ont été obtenues, par facilité, dans le cas particulier de l'équilibre thermodynamique, elles sont valables dans n'importe quelle autre situation hors d'équilibre. Notons que historiquement, c'est un raisonnement similaire à celui présenté ici qui a permis de comprendre que l'émission induite doit se produire dans la nature (prédiction d'Einstein en 1917) : sans le terme correspondant (en  $B_{21}$ ), il serait impossible d'égaliser les Eq. 1.91 et 1.92.

Remarques :

---

7. On pourrait penser qu'il est nécessaire de considérer à la fois tous les niveaux de l'atome qui sont couplés par des transitions radiatives, puisqu'ils concourent tous au peuplement et dépeuplement de chacun d'eux. Mais on peut montrer (Voir par exemple Physique Statistique, Diu, Guthmann, Lederer, Roulet, Chap. IV, par. II.A) que l'invariance par renversement du temps des lois qui régissent les processus microscopiques a pour conséquence la relation de *bilan détaillé* (*detailed balance*) : pour chaque couple de niveaux tels que  $E_1$  et  $E_2$ , le peuplement de l'un d'eux à partir de l'autre est exactement compensé par son dépeuplement vers cet autre niveau. Il est donc légitime de considérer seulement les deux niveaux  $E_1$  et  $E_2$ .

8. Le calcul théorique des coefficients d'Einstein est possible dans le cadre de l'électrodynamique quantique

- On peut ré-écrire l'Eq. 1.89 comme :

$$N_2 A_{21} = N_1 I_{\nu_{12}} \left[ B_{12} - \frac{N_2}{N_1} B_{21} \right] = N_1 I_{\nu_{12}} B_{12} \left[ 1 - \frac{g_1}{g_2} \frac{N_2}{N_1} \right] \quad (1.95)$$

A l'équilibre thermodynamique cette "diminution de l'absorption" que constitue l'émission induite  $\frac{g_1}{g_2} \frac{N_2}{N_1}$  est égale à  $e^{-h\nu/kT}$ , et est négligeable pour  $h\nu/kT \gg 1$  (ce qui est la condition de validité de la loi de Wien).

- L'émission induite peut être importante si  $N_2$  excède sa valeur à l'équilibre thermodynamique. L'émission induite dépasse l'absorption si  $N_2 g_1 > N_1 g_2$ . Cette condition, appelée *inversion de population*, est nécessaire pour l'effet laser ou maser. Dans ce cas, la température d'excitation  $T_{\text{exc}}$  est négative,  $(1 - e^{-h\nu/kT_{\text{exc}}})$  est négatif et l'Eq. 1.106 donne un coefficient d'opacité net négatif. Cette condition est plus facile à réaliser si  $h\nu \ll kT$  donc aux fréquences radio, auxquelles de produisent en effet les maser astrophysiques.
- Le rapport entre l'émission induite et l'émission spontanée est :

$$\frac{I_{\nu_{12}} B_{21}}{A_{21}} = I_{\nu_{12}} \frac{\lambda^3}{2hc} \quad (1.96)$$

Donc à densité d'énergie électromagnétique constante, l'importance relative de l'émission induite par rapport à l'émission spontanée croît comme  $\lambda^3$ . Les émissions induites sont à la base du fonctionnement des lasers<sup>9</sup> et des masers<sup>10</sup>, pour lesquels les émissions spontanées sont une gêne, puisqu'elles dépeuplent les niveaux susceptibles de participer à l'émission induite. La relation 1.96 permet donc de comprendre pourquoi le maser a été plus facile à réaliser que le laser : dans le domaine des micro-ondes, l'émission induite domine l'émission spontanée pour des intensités de rayonnement que l'on peut atteindre facilement.

- En physique statistique, les coefficients d'Einstein sont souvent définis en terme de densité d'énergie électromagnétique  $u_\nu$ , plutôt qu'en terme d'in-

9. LASER : Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation. En résumé, on excite des atomes (ou des molécules) identiques vers un niveau d'énergie de courte durée de vie, à partir duquel ils se désexcitent (par des transitions non radiatives) vers un niveau métastable (à longue durée de vie), créant ainsi une *inversion de population*. Grâce à un (faible) rayonnement incident stimulant, ces atomes se désexcitent par émission induite vers le fondamental, produisant à leur tours des photons de la même longueur d'onde que le rayonnement stimulant, qui permettront donc l'émission induite de davantage d'atomes : c'est la clé de l'amplification.

10. MASER : équivalent du laser mais dans le domaine des micro-ondes : Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation. En 1963 a été observé un rayonnement maser produit par la molécule OH présente dans des nuages interstellaires.

intensité moyenne  $J_\nu$ . D'après l'Eq. 1.8,  $u_\nu = (4\pi/c)J_\nu$  pour un rayonnement isotrope. Comme les taux de transition doivent être égaux quelle que soit la définition, on a :

$$B_{(12,21)}^{J_\nu} J_\nu = B_{(12,21)}^{u_\nu} u_\nu \quad (1.97)$$

et donc

$$B_{(12,21)}^{J_\nu} = \frac{4\pi}{c} B_{(12,21)}^{u_\nu} \quad (1.98)$$

$$A_{21}^{J_\nu} = \frac{2h\nu^3}{c^2} B_{12}^{J_\nu} \quad (1.99)$$

## 1.6 Lien entre les coefficients d'Einstein et les coefficients d'extinction et d'émission

### 1.6.1 Coefficient d'émission

Considérons l'émission spontanée : on a vu que le nombre de transition par unité de temps est  $N_2\psi_\nu A_{21}$ . Chaque unité de temps il y aura donc émission de l'énergie  $h\nu N_2\psi_\nu A_{21}$ . Mais le photon peut être émis de manière équiprobable dans tout l'angle solide total  $4\pi$ . Donc, pour obtenir le taux d'émission d'énergie par unité d'angle solide  $d\Omega$ , il faut diviser par  $4\pi$ . En reprenant la définition du coefficient d'émission (Eq. 1.56),

$$\frac{dE}{dAdsd\Omega d\nu dt} = j_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} N_2\psi_\nu A_{21} \quad (1.100)$$

### 1.6.2 Coefficient d'extinction, corrigé de l'émission induite

De la même manière, la définition du coefficient d'extinction est (Eq.1.54) :

$$\frac{dE}{dAdsd\Omega d\nu dt} = \chi_\nu I_\nu \quad (1.101)$$

On considère ici le coefficient d'extinction *net*, c'est-à-dire corrigé de l'émission induite :

$$\chi_\nu^{\text{net}} I_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} N_1\phi_\nu B_{12} I_\nu - \frac{h\nu}{4\pi} N_2\psi_\nu B_{21} I_\nu \quad (1.102)$$

$$= \frac{h\nu}{4\pi} I_\nu (N_1\phi_\nu B_{12} - N_2\psi_\nu B_{21}) \quad (1.103)$$

$$\chi_\nu^{\text{net}} = \frac{h\nu}{4\pi} N_1\phi_\nu B_{12} \left( 1 - \frac{N_2 g_1 \psi_\nu}{N_1 g_2 \phi_\nu} \right) \quad (1.104)$$

Dans de nombreux cas d'intérêt astrophysique, l'hypothèse de redistribution complète est vérifiée, donc  $\phi_\nu = \psi_\nu$  et :

$$\chi_\nu^{\text{net}} = \frac{h\nu}{4\pi} N_1 \phi_\nu B_{12} \left( 1 - \frac{N_2 g_1}{N_1 g_2} \right) \quad (1.105)$$

A l'ETL, l'équation de Boltzmann (1.87) s'applique et donc :

$$\chi_\nu^{\text{net}*} = \frac{h\nu}{4\pi} N_1 \phi_\nu B_{12} \left( 1 - e^{-h\nu/kT} \right) \quad (1.106)$$

Le facteur  $(1 - e^{-h\nu/kT})$  représente la correction pour l'émission induite, mais seulement à l'ETL.

Remarque :

Dans le régime de Rayleigh-Jeans ( $h\nu \ll kT$ ),

$$1 - e^{h\nu/kT} \approx \frac{h\nu}{kT} \ll 1 \quad (1.107)$$

Donc l'émission induite annule presque l'absorption et peut significativement réduire l'opacité nette de la raie. Comme alors  $\chi_\nu \propto T^{-1}$  (Eq. 1.106) et que  $B_\nu \propto T$  (Eq. 1.92), alors, dans le cas optiquement mince ( $\tau_\nu \ll 1$ , Eq. 7.37),  $I_\nu(D) = \kappa_\nu s B_\nu$  sera indépendant de la température et seulement proportionnel à la *densité de colonne* du gaz (Eq. 7.14) :

$$\mathcal{N}_{\text{HI}} = \int_l n_{\text{HI}} dl \quad (1.108)$$

### 1.6.3 Fonction source

Par définition de la fonction source (Eq. 1.63), et en utilisant les relations d'Einstein (Eq. 1.93 et 1.94) :

$$S_\nu = \frac{N_2 \psi_\nu A_{21}}{N_1 \phi_\nu B_{12} - N_2 \psi_\nu B_{21}} \quad (1.109)$$

$$= \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{N_1 g_2 \phi}{N_2 g_1 \psi} - 1} \quad (1.110)$$

En cas de redistribution complète :

$$S_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{N_1 g_2}{N_2 g_1} - 1} \quad (1.111)$$

Et à l'ETL, on retrouve comme on s'y attend la loi de Kirchhoff-Planck (Eq. 2.50) :

$$S_\nu^* = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \equiv B_\nu(T) \quad (1.112)$$

**Résumé : Intensité, flux, luminosité et compagnie**

— *Intensité spécifique* :

$$\delta\mathcal{E}[J] = I(\theta, \phi)dA \cos\theta d\Omega dv dt \quad (1.113)$$

$$\text{Donc } [I_\nu] = [\text{J s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ Hz}^{-1}] \quad (1.114)$$

$$= [\text{W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ Hz}^{-1}] \quad (1.115)$$

C'est la puissance reçue par unité de surface, d'angle solide et de fréquence. L'intensité spécifique est indépendante de la distance.

— *Flux* :

$$\mathcal{F}_\nu = \int I_\nu(\theta, \phi) \cos\theta d\Omega \quad (1.116)$$

$$[\mathcal{F}_\nu] = [\text{W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}] \quad (1.117)$$

— Contrairement à l'intensité, le flux dépend de la distance  $d$  à la source (car  $\int_{\text{source}} d\Omega \propto 1/d^2$ ).

— Ces unités SI sont beaucoup trop grandes pour les usages astronomiques, et on utilise des unités adaptées :

$$1 \text{ Jansky} = 1 \text{ Jy} \stackrel{\text{def}}{=} 10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \quad (1.118)$$

$$= 10^{-23} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \quad (1.119)$$

— En général, pour les sources astronomiques, l'étendue angulaire est très petite ( $\theta \ll 1$ ,  $\cos\theta \approx 1$ ) donc on a :

$$\mathcal{F}_\nu \approx \int I_\nu(\theta, \phi) d\Omega \quad (1.120)$$

En pratique, on utilise l'intensité spécifique pour des objets résolus spatialement, et le flux lorsque la source n'est pas résolue, c'est-à-dire lorsque son extension angulaire est beaucoup plus petite que la réponse spatiale du télescope à une source ponctuelle. Le flux de la source peut alors être mesuré, mais pas son intensité.

— *Luminosité* : La luminosité est la puissance rayonnée par intervalle de

fréquence unité autour de la fréquence  $\nu$  :

$$L_\nu = \int_{\Sigma} \mathcal{F}_\nu dA \quad (1.121)$$

$$= 4\pi R^2 \mathcal{F}^+ \quad (1.122)$$

$$= 4\pi d^2 \mathcal{F}_d \quad (1.123)$$

$$[L_\nu] = [\text{W Hz}^{-1}] \quad (1.124)$$

$$= [\text{J s}^{-1} \text{ Hz}^{-1}] = [\text{erg s}^{-1} \text{ Hz}^{-1}] \quad (1.125)$$

$$[L] = [\text{W}] \quad (1.126)$$

La luminosité bolométrique est une puissance.

— *Brillance de surface* : La brillance de surface est équivalente à l'intensité spécifique : c'est une puissance reçue par unité de surface, d'angle solide (et de fréquence).

Comme l'intensité, la brillance de surface est indépendante de la distance  $d$  à l'observateur.

$$I_{\text{BS},\nu} = \frac{L_\nu}{\text{surface}} = \frac{L_\nu}{\Omega d^2} \quad (1.127)$$

$$= \frac{4\pi d^2 \mathcal{F}_{\nu,\text{recu}}}{\Omega d^2} \quad (1.128)$$

$$= \frac{4\pi}{\Omega} \mathcal{F}_{\nu,\text{recu}} \quad (1.129)$$

$$[I_{\text{BS},\nu}] = [\text{J s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ Hz}^{-1}] \quad (1.130)$$

$$= [\text{erg s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ Hz}^{-1}] \quad (1.131)$$

$$= [\text{W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ Hz}^{-1}] \quad (1.132)$$

## Chapitre 2

# Propriétés du rayonnement de corps noir

### 2.1 Formule de Planck

#### 2.1.1 Intensité du corps noir

L'intensité du corps noir est donnée, en fréquence, par :

$$B(T) = \int_0^{\infty} B_{\nu}(T) d\nu \quad (2.1)$$

$$= \frac{2h}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad (2.2)$$

et en longueur d'onde<sup>1</sup>, par :

$$B(T) = 2hc^2 \int_0^{\infty} \frac{1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda \quad (2.3)$$

Par l'Eq. 1.9, la densité d'énergie du corps noir est, en fréquence :

$$u = \frac{4\pi}{c} J \quad (2.4)$$

$$= \frac{4\pi}{c} B(T) \quad (2.5)$$

$$= \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^{\infty} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad (2.6)$$

---

1. Rappel : ceci provient de la conversion fréquence - longueur d'onde :  $\lambda = c/\nu$  et comme la conservation de l'énergie impose  $I_{\lambda} d\lambda = I_{\nu} d\nu$ , on a  $I_{\lambda} = I_{\nu} c/\lambda^2$ , avec  $|d\nu| = (c/\lambda^2)|d\lambda|$

et en longueur d'onde :

$$u = 8\pi hc \int_0^\infty \frac{1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda \quad (2.7)$$

### 2.1.2 Flux du corps noir

On repart de l'Eq. 2.2 et on pose  $x = h\nu/kT$ , donc  $dx = h d\nu/kT$  et :

$$B(T) = \frac{2h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad (2.8)$$

$$= \frac{2h}{c^2} \int_0^\infty \left(\frac{kT}{h}\right)^3 \frac{x^3}{e^x - 1} \frac{kT}{h} dx \quad (2.9)$$

$$= \frac{2h}{c^2} \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \frac{\pi^4}{15} \quad (2.10)$$

$$= \frac{\sigma}{\pi} T^4 \quad (2.11)$$

C'est la loi de Stefan, où  $\sigma$  est la constante de Stefan-Boltzmann. La valeur numérique citée provient du NIST<sup>2</sup> :

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} \quad (2.12)$$

$$= 5.670367 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4} \quad (2.13)$$

Avec les Eq. 2.11 et 1.23, on a donc :

$$\mathcal{F}_{BB} = \sigma T^4 \quad (2.14)$$

### 2.1.3 Energie totale du corps noir

En utilisant l'Eq. 1.9, on a :

$$u(T) = \frac{4\pi}{c} B(T) \quad (2.15)$$

$$= \frac{4\sigma}{c} T^4 \quad (2.16)$$

$$= \frac{8\pi^5 k^4}{15h^3 c^3} T^4 \quad (2.17)$$

2. <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?sigma>

### 2.1.4 Luminosité du corps noir

Pour obtenir la luminosité totale  $L$  rayonnée par un corps noir (supposé sphérique) sur l'ensemble de sa surface, on intègre le flux sortant sur toute sa surface et sur toutes les fréquences, et en utilisant l'Eq. 1.15 :

$$L = \int_{\Sigma} dA \int_0^{\infty} \mathcal{F}^+ d\nu \quad (2.18)$$

$$= \int_{\Sigma} dA \int_0^{\infty} \pi B_{\nu} d\nu \quad (2.19)$$

Puisque le rayonnement de corps noir est isotrope,  $\mathcal{F}_{\nu}^+$  et  $B_{\nu}$  ne dépendent pas de l'emplacement spécifique de  $dA$  sur la surface du corps noir sphérique de sorte que, en utilisant l'Eq. 2.11 :

$$L = 4\pi R^2 \pi \int_0^{\infty} B_{\nu} d\nu \quad (2.20)$$

$$= 4\pi R^2 \pi \frac{\sigma}{\pi} T^4 \quad (2.21)$$

$$= 4\pi R^2 \sigma T^4 \quad (2.22)$$

## 2.2 Caractéristiques

### 2.2.1 Comportement asymptotique : petites fréquences (grandes longueurs d'onde)

Si  $h\nu \ll kT$  (ou  $hc \ll \lambda kT$ ), comme  $e^x \simeq 1 + x$  si  $x \ll 1$ , on obtient directement la formule de Rayleigh-Jeans :

$$B_{\nu}^{RJ}(T) = \frac{2kT}{c^2} \nu^2 = \frac{2kT}{\lambda^2} \quad (2.23)$$

$$B_{\lambda}^{RJ}(T) = \frac{2ckT}{\lambda^4} \quad (2.24)$$

$$(2.25)$$

et la densité d'énergie :

$$u_{\nu}^{RJ}(T) = \frac{8\pi kT}{c^3} \nu^2 \quad (2.26)$$

$$u_{\lambda}^{RJ}(T) = \frac{8\pi kT}{\lambda^4} \quad (2.27)$$

Ce comportement limite est indépendant de la constante de Planck, puisqu'il s'agit de la limite classique, lorsque les quanta d'énergie  $h\nu$  sont très petits devant l'énergie thermique  $kT$  du système. La courbe part donc de  $\nu = 0$  comme une parabole.

### 2.2.2 Comportement asymptotique : grandes fréquences (petites longueurs d'onde)

Si  $h\nu \gg kT$  (ou  $hc \gg \lambda kT$ ), on obtient directement l'approximation de Wien :

$$B_\nu^W(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT} \quad (2.28)$$

$$B_\lambda^W(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{-hc/\lambda kT} \quad (2.29)$$

$$(2.30)$$

et la densité d'énergie :

$$u_\nu^W(T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-h\nu/kT} \quad (2.31)$$

$$u_\lambda^W(T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} e^{-hc/\lambda kT} \quad (2.32)$$

La fonction décroît donc exponentiellement dans la partie supérieure du spectre («Régime de Wien», découvert empiriquement en 1893).

### 2.2.3 Maximum

Pour  $T$  fixée, le maximum de  $u_\nu(T)$  s'obtient en calculant par exemple sa dérivée logarithmique :

$$\frac{1}{u_\nu} \frac{\partial u_\nu}{\partial \nu} = \frac{3}{\nu} - \frac{h}{kT} \frac{e^{h\nu/kT}}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (2.33)$$

$$= \frac{3}{\nu} - \frac{h}{kT} \frac{1}{1 - e^{-h\nu/kT}} \quad (2.34)$$

Cette dérivée s'annule pour la fréquence  $\nu_m$  telle que :

$$e^{-x_m} = 1 - \frac{x_m}{3} \quad (2.35)$$

avec  $x_m = h\nu_m/kT$ . L'équation 2.35 admet une seule racine positive (outre  $x_m = 0$ ) que l'on peut déterminer numériquement :  $x_m = 2.82144$ . La loi de déplacement de Wien donne donc la position du maximum de la fonction  $u_\nu$  :

$$\nu_{m,\nu}(\text{Hz}) = 2.821 \frac{kT}{h} = 5.879 \times 10^{10} T \quad (2.36)$$

$$\lambda_{m,\nu}(\text{m}) = 5.10 \times 10^{-3} T^{-1} \quad (2.37)$$

Il est important de noter que la longueur d'onde  $\lambda_{m,\lambda}$  maximisant  $u_\lambda$  n'est pas la même que celle maximisant  $u_\nu$ . Maximiser  $u_\lambda$  conduit à :

$$\nu_{m,\lambda}(\text{Hz}) = 10.3 \times 10^{10} T \quad (2.38)$$

$$\lambda_{m,\lambda}(\text{m}) = 2.89777 \times 10^{-3} T^{-1} \quad (2.39)$$

La non-égalité entre  $\lambda_{m,\nu}$  et  $\lambda_{m,\lambda}$ , surprenante au premier abord, peut se comprendre en se souvenant que seuls les produits  $u_\nu d\nu$  et  $u_\lambda d\lambda$  possèdent un sens physique, et sont d'ailleurs identiques. Donc :

$$u_\lambda = u_\nu \frac{d\nu}{d\lambda} \quad (2.40)$$

$$\frac{du_\lambda}{d\lambda} = \frac{du_\nu}{d\lambda} \frac{d\nu}{d\lambda} + u_\nu \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{d\nu}{d\lambda} \right) \quad (2.41)$$

$$= \frac{du_\nu}{d\nu} \left( \frac{d\nu}{d\lambda} \right)^2 + u_\nu \frac{d^2\nu}{d\lambda^2} \quad (2.42)$$

Donc  $du_\lambda/d\lambda$  et  $du_\nu/d\nu$  ne s'annulent pas simultanément.

A titre d'illustration, une étoile en formation possédant une température de 1000 K (comme dans la nébuleuse d'Orion, une région de formation stellaire très active ; Fig. 2.4) présente le maximum d'émissivité  $u_\lambda$  à  $2.9\mu\text{m}$ , soit dans l'infrarouge, tandis qu'une étoile centrale de nébuleuse planétaire de 100 000 K présente le maximum d'émissivité à 29 nm, soit à la frontière entre la gamme des ultraviolets et des rayons X. Le Soleil, avec une température de 5800 K, présente son maximum d'émissivité à 500 nm, soit au milieu de la gamme visible.

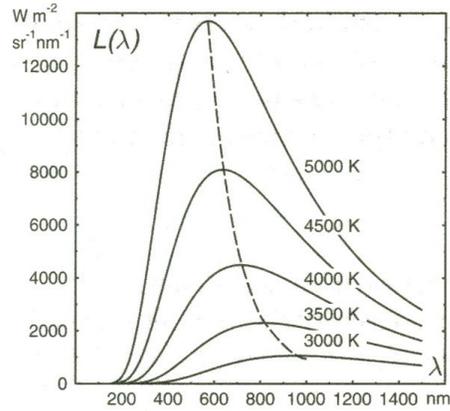


FIGURE 2.1 – Distribution spectrale du rayonnement de corps noir en fonction de la longueur d’onde  $\lambda$ . La ligne en pointillé relie les positions des maxima de température. Figure issue de Thorne, Litzén et Johansson, Spectrophysics

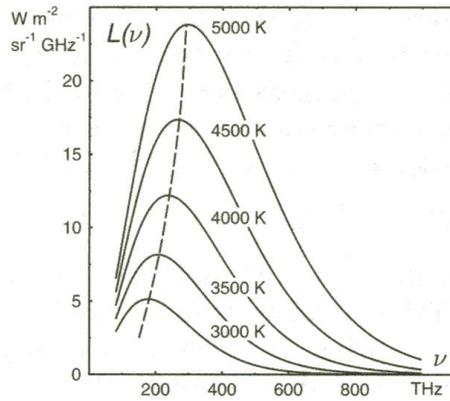


FIGURE 2.2 – Distribution spectrale du rayonnement de corps noir en fonction de la fréquence  $\nu$ . La ligne en pointillé relie les positions des maxima de température. Figure issue de Thorne, Litzén et Johansson, Spectrophysics

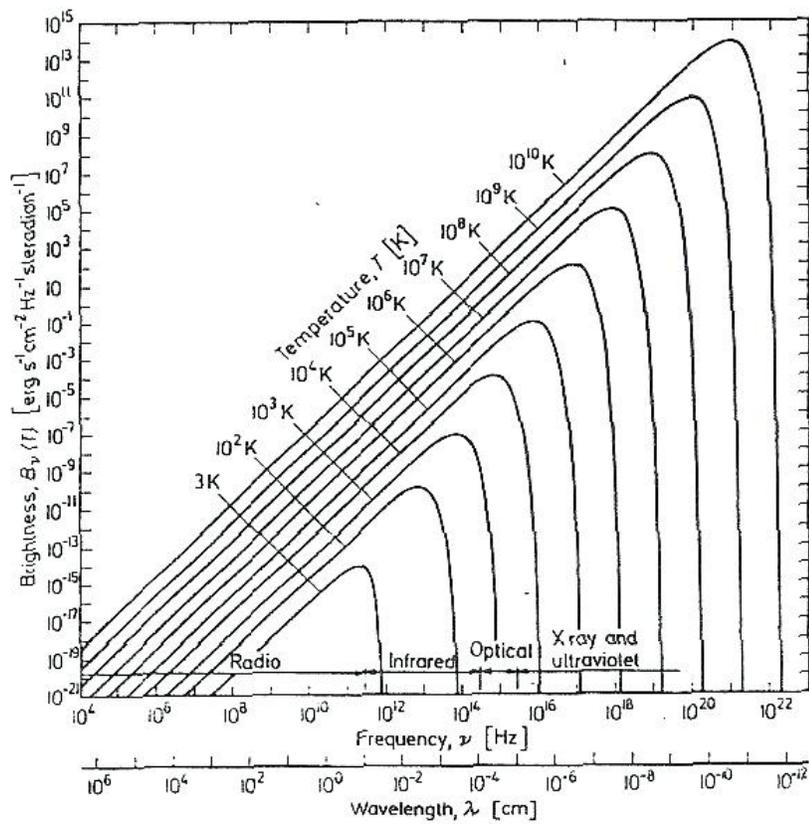


FIGURE 2.3 – Distribution spectrale du rayonnement de corps noir pour différentes températures, en double échelle logarithmique. Remarquez l'absence d'intersection entre les différentes courbes. Crédit : Jorissen



FIGURE 2.4 – Comparaison de la région centrale de la nébuleuse d’Orion observée dans le domaine visible (à gauche) et dans le domaine infra-rouge (à droite). On remarque la présence dans l’image infrarouge de nombreuses étoiles absentes de l’image visible, car trop froides (c’est-à-dire encore trop jeunes) pour émettre en visible.

## 2.3 Application au soleil

### 2.3.1 Température effective du soleil

De la loi de Stefan (Eq. 2.22), on déduit :

$$T_{\text{eff}}^4 = \frac{L}{4\pi R^2} \frac{1}{\sigma} \quad (2.43)$$

La luminosité  $L$  du soleil peut être déduite de la mesure du flux solaire à une distance de 1 UA du Soleil (approximativement au sommet de l'atmosphère terrestre). Cette mesure est effectuée au moyen d'observatoires spatiaux. L'énergie lumineuse recueillie par unité de temps et par unité de surface au sommet de l'atmosphère terrestre est la **constante solaire**  $\epsilon_{\odot}$  :

$$\epsilon_{\odot} = 1.36 \times 10^3 J \cdot s^{-1} \cdot m^{-2}. \quad (2.44)$$

Ce nom est mal choisi car en réalité cette grandeur varie au cours du cycle solaire<sup>3</sup> (Fig. 2.5). Il ne s'agit donc pas d'une constante physique.

Si  $L$  est l'énergie totale émise par le soleil dans toutes les directions, l'éclairement ou flux reçu (cf Sect. 1.2.3)  $F = \epsilon_{\odot}$  à la distance  $D$  ( $= 1\text{UA}$ ) de la source vaut :

$$\epsilon_{\odot} = \frac{L}{4\pi D^2} \quad (2.45)$$

En remplaçant dans l'Eq. 2.43 :

$$T_{\text{eff}}^4 = \left(\frac{D}{R}\right)^2 \frac{\epsilon_{\odot}}{\sigma} \quad (2.46)$$

Le rapport  $R / D$  est directement lié au diamètre angulaire  $\theta_{\odot}$  apparent du soleil :

$$\tan \theta_{\odot} = \frac{2R}{D} \approx \theta_{\odot} (\text{rad}) \quad (2.47)$$

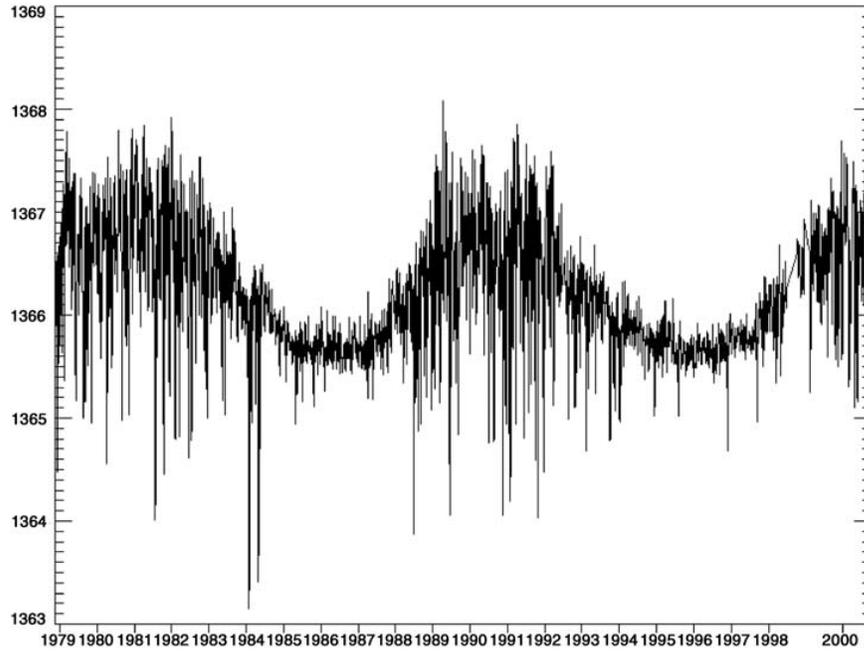
avec  $\theta_{\odot} = 32'$ .

On obtient :

$$T_{\text{eff}}^4 = \frac{4}{\theta_{\odot}^2} \frac{\epsilon_{\odot}}{\sigma} = 5760K \quad (2.48)$$

---

3. Kopp, G., and J. L. Lean (2011), A new, lower value of total solar irradiance : Evidence and climate significance, *Geophys. Res. Lett.*, 38, L01706, doi :10.1029/2010GL045777; <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1029/2010GL045777/abstract>



**Figure 1.6.** Plot of the Solar Constant (in  $W m^{-2}$ ) as a function of time from satellite data. The variation follows the 11-year Sunspot cycle such that when there are more sunspots, the Sun, on average, is brighter. The peak to peak variation is less than 0.1 per cent. This plot provides definitive evidence that our Sun is a variable star. (Reproduced by permission of [www.answers.com/topic/solar-variation](http://www.answers.com/topic/solar-variation))

FIGURE 2.5 – Evolution temporelle de la constance solaire (Crédit : Astrophysics. Decoding the Cosmos, Judith A. Irwin, John Wiley & Sons, 2007)

**Le cycle solaire** Les taches solaires ont été observées, ou du moins consignées, peu de temps après l'invention du télescope, en 1610, par Galilée. Le nombre de taches solaires est calculé pour le monde entier à l'Observatoire royal de Belgique (<http://sidc.oma.be>), ainsi qu'au NOAA (<http://solarscience.msfc.nasa.gov/SunspotCycle.shtml>).

Le nombre de tache solaires présente une périodicité de 11 ans (Fig. 2.6).

La distribution des taches solaires sur le disque solaire n'est pas aléatoire mais présente des concentrations à deux bandes de latitudes opposées ( $\pm 40^\circ$ ) de chaque côté de l'équateur. La formation des tâches se produit à des latitudes intermédiaires puis progresse vers l'équateur au cours du cycle. C'est le diagramme en papillon (butterfly diagram introduit par Maunder en 1904, Fig. 2.7).

Les taches solaires sont des lieux de concentration des lignes de champ magnétique (0.3T). On trouve souvent les taches solaires par paires (à quasiment la même latitude solaire). Hale et al. (1919) ont découvert que les deux taches d'une paire ont des polarités opposées ; elles constituent un dipôle magnétique. Ces dipôles magnétiques sont orientés de manière opposée dans chacun des hémisphères. La polarité des paires de taches d'un même hémisphère s'inverse d'un cycle à l'autre, ce qui signifie que la période du cycle solaire est en réalité 22 ans, si l'on souhaite que le champ magnétique retrouve sa configuration initiale.

La cause du cycle solaire est encore débattue.

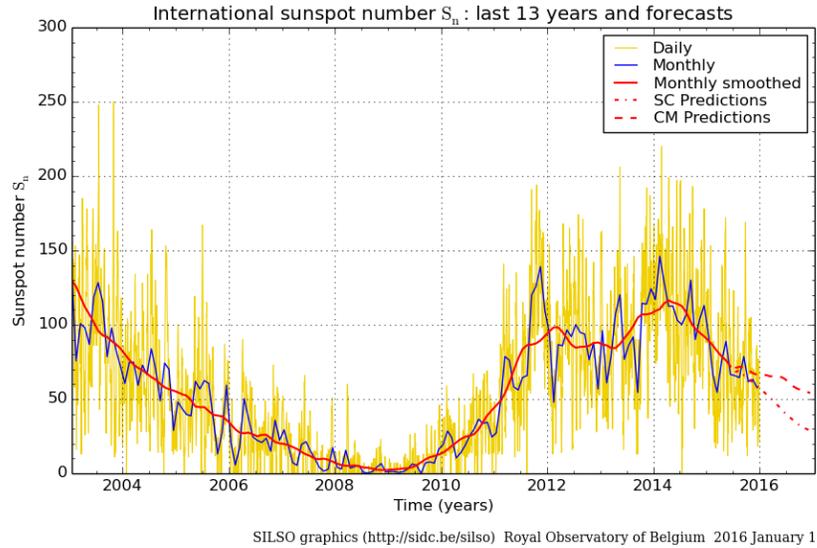


FIGURE 2.6 – Evolution temporelle du nombre de taches solaires [Crédit : Royal Observatory of Belgium SILSO graphics <http://sidc.oma.be/silso/>]

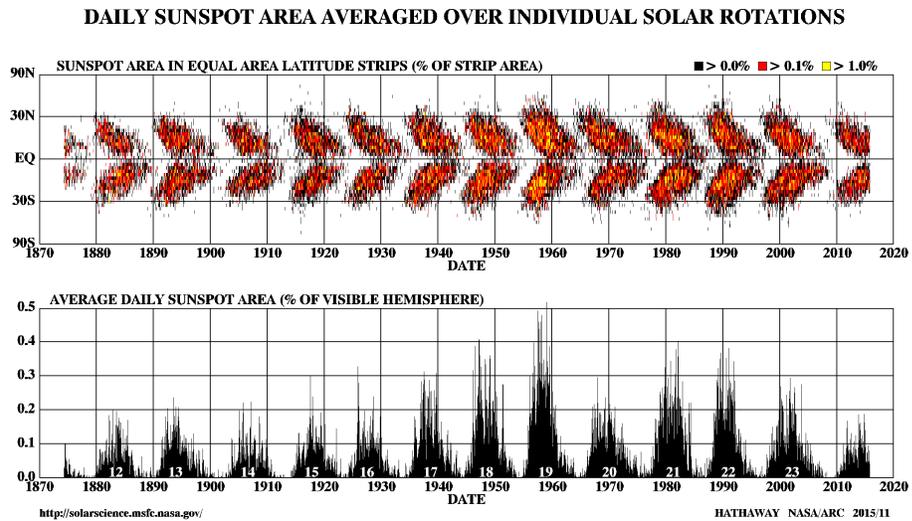


FIGURE 2.7 – Diagramme "Butterfly" illustrant l'évolution temporelle de la distribution en latitude des taches solaires [Crédit : <http://solarscience.msfc.nasa.gov/>]

### 2.3.2 Température de Wien du soleil

A partir du spectre solaire (i.e. l'éclairement  $\epsilon_{\lambda, \odot}$  en fonction de la longueur d'onde; Fig. 2.8 et 2.9), on mesure que la longueur d'onde correspondant au maximum de l'intensité lumineuse vaut  $\lambda_m = 468\text{nm} = 468 \times 10^{-9} \text{ m}$ . Donc la loi de Wien conduit à  $T_{\text{Wien}} = 6200 \text{ K}$ . La température de Wien est significativement plus élevée que la température effective du soleil. Cette différence traduit le fait que le soleil n'est pas exactement un corps noir.

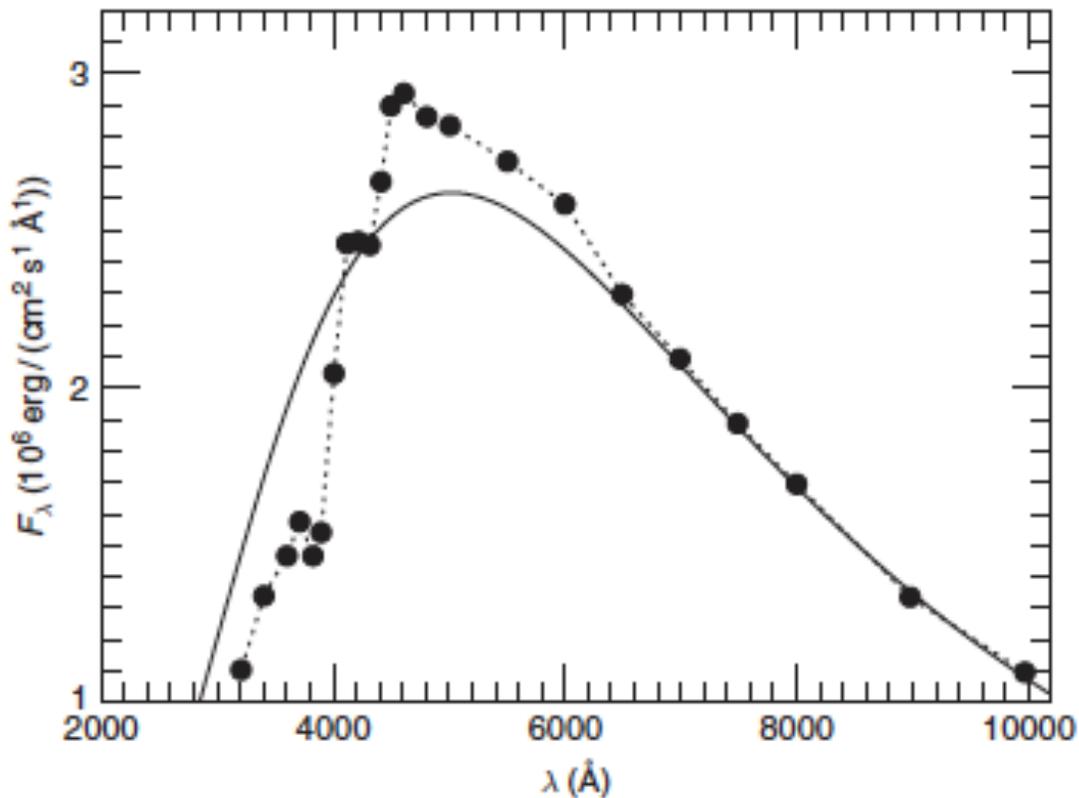


FIGURE 2.8 – Flux d'un corps noir à 5770K (trait continu) comparé au flux solaire (pointillé)[Crédit : C.W. Allen. Astrophysical Quantities, 3rd edn, (TheAthlone Press, University of London, 1976)]

La Fig. 2.9 illustre également le rayonnement reçu au niveau du sol, qui est significativement atténué à cause de l'absorption par différents constituants de l'atmosphère terrestre, essentiellement par l'eau, l'oxygène et l'ozone moléculaires.

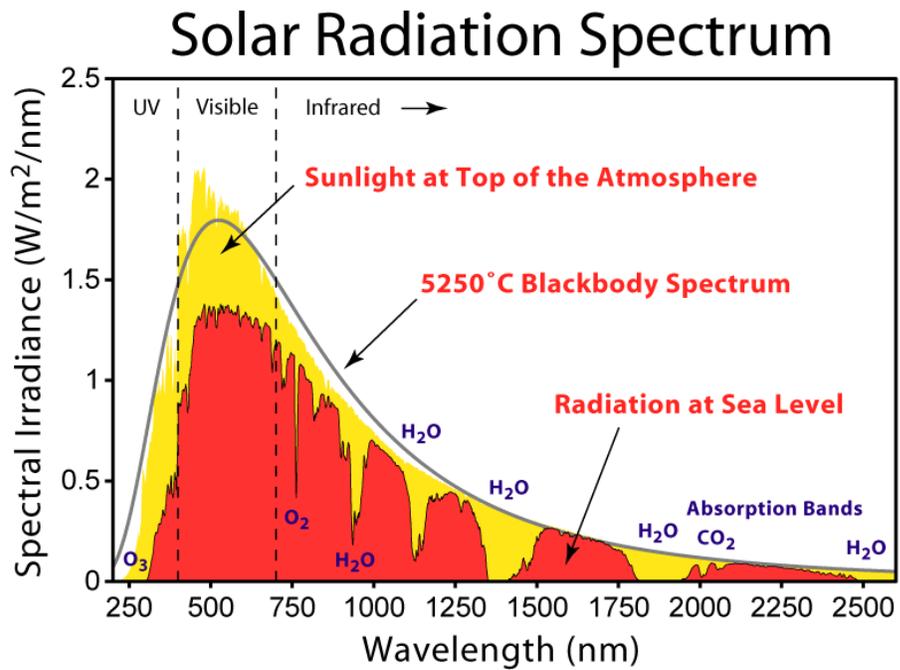


Figure 1 *Electromagnetic spectrum of sunlight above and below the atmosphere.*  
[www.Globalwarmingart.org](http://www.Globalwarmingart.org)

FIGURE 2.9 – Spectre solaire pris au sommet de l'atmosphère en fonction du nombre d'onde [Crédit : NASA]

H<sub>2</sub>O absorbe beaucoup dans l'infrarouge (IR), mais quelques fenêtres laissent cependant passer du rayonnement : des filtres photométriques ont été conçus et centrés sur ces fenêtres : les filtres *J* (1.2μm), *H* (1.6μm) et *K* (2.2μm).

Du côté des ultraviolets (UV), c'est l'ozone O<sub>3</sub> qui absorbe efficacement en dessous de la longueur d'onde de coupure atmosphérique à 3200 Å et qui empêche les rayonnements UV les plus nocifs d'arriver jusqu'au sol.

## 2.4 L'équilibre thermique

Supposons que de la matière est en équilibre thermique avec un gaz de photon à la température  $T$ , par exemple dans une enceinte fermée maintenue à la température  $T$  par un thermostat<sup>4</sup>. Tout faisceau lumineux se propageant dans un sens doit avoir la même intensité spécifique que le faisceau lumineux se propageant en sens inverse, sinon cela produirait un transport unidirectionnel d'énergie, en contradiction avec l'hypothèse d'équilibre thermique<sup>5</sup>. L'équation de transfert du rayonnement (Eq. 1.60) montre alors :

$$j(\nu, T) = \chi(\nu, T)I(\vec{n}, \nu, T)$$

L'influence de la diffusion (incluse dans  $\chi$ , cf Eq. 1.55) peut ici être éliminée, car lors d'un processus de diffusion l'énergie est approximativement conservée et seule une infime partie de l'énergie du photon est transférée au milieu<sup>6</sup>. De toute façon, comme on impose l'équilibre thermique, toute énergie éventuellement transférée au milieu devra être intégralement récupérée par le gaz de photons. On peut donc s'affranchir de  $\sigma$  et écrire :

$$\frac{j(\nu, T)}{\kappa(\nu, T)} = I(\vec{n}, \nu, T) \quad (2.49)$$

C'est la loi de Kirchhoff<sup>7</sup>. Le premier membre ne fait intervenir que des caractéristiques intrinsèques de l'échantillon de matière étudié. On a donc montré que

4. C'est une hypothèse que valide l'expérience courante : un système macroscopique possède toujours un état d'équilibre.

5. Il n'est pas nécessaire pour cela de se situer loin des parois de l'enceinte : un faisceau lumineux émis par un élément de la surface de l'enceinte doit être exactement contrebalancé par un faisceau lumineux venant en sens inverse et provenant de l'intérieur de l'enceinte, sinon l'équilibre thermique n'est plus vrai. Le rayonnement est donc le même à la surface (intérieure) et à l'intérieur de l'enceinte.

6. Par exemple, à cause de la largeur finie des niveaux. Ou encore si la particule diffusante possède une vitesse non nulle, auquel cas un décalage Doppler différentiel peut se produire.

7. Pour une autre dérivation de la loi de Kirchhoff, voir par exemple "Physique statistique", Diu, Guthmann, Lederer, Roulet, p 914

l'intensité spécifique du rayonnement se propageant dans un milieu maintenu en équilibre thermique avec un gaz de photon à la température  $T$  ne dépend que de la température et de la nature du milieu.

En fait, l'intensité spécifique de ce rayonnement dépend uniquement de la température (et pas de la nature du milieu). En effet, dans une enceinte à l'équilibre thermique à la température  $T$ , l'intensité est donnée<sup>8</sup> par la fonction de Planck  $B_\nu(T)$ . On a donc la relation de Kirchhoff-Planck :

$$j^*(\nu, T) = \kappa^*(\nu, T)B_\nu(T) \quad (2.50)$$

Notons qu'à l'équilibre thermique, l'état du gaz (les populations des niveaux) est uniquement déterminée par les variables thermodynamiques (la température  $T$  et la densité totale de particules  $N$ ).

### 2.4.1 L'équilibre thermodynamique local

Par définition, un système est en équilibre thermodynamique quand il est à la fois en équilibre thermique, mécanique et chimique. La loi de Kirchhoff-Planck n'est rigoureusement applicable que dans un système à l'équilibre thermique. Elle est a fortiori valable dans un système à l'équilibre thermodynamique.

L'équation 2.50 de la section précédente n'est valable que lorsque le système est dans une enceinte adiabatique, et par conséquent que tous ses éléments sont à la même température. Puisqu'une étoile possède une frontière ouverte par laquelle le rayonnement s'échappe (ainsi que de la matière, par les vents stellaires),  $\mathcal{F}_\nu \neq 0$ , le rayonnement est donc anisotrope et l'hypothèse d'équilibre thermodynamique n'est pas vérifiée.

Si maintenant nous partitionnons l'intérieur de l'atmosphère en une série de petits éléments de volume infinitésimaux, il devient envisageable de considérer le gaz à l'intérieur de chaque petit volume comme étant à l'équilibre thermodynamique, pour les variables d'état locales : c'est ce qu'on appelle l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local (ETL). Si on considère des portions profondes de l'atmosphère, si profondes que très peu de rayonnement s'en échappe, cette approximation est satisfaisante. Si même on considère des portions de l'étoile sous l'atmosphère, aucun rayonnement ne devrait s'en échapper (par définition même de l'atmosphère) et l'approximation d'ETL ne devrait pas poser problème.

Pour l'atmosphère elle-même, voici comment on justifie l'ETL : profondément dans l'atmosphère les collisions sont beaucoup plus importantes pour déterminer l'intensité du champ de photon que ne le sont les émissions spontanées et induites,

---

8. Pour la dérivation, voir un cours de physique statistique, par exemple : "Physique statistique", Diu, Guthmann, Lederer, Roulet, p 825

à cause de la densité importante de particules (électrons). Ces collisions abondantes vont maintenir une distribution Maxwellienne des vitesses, et le champ de rayonnement sera décrit par la fonction de Planck à la température locale.

L'intérieur d'une étoile peut être considérée comme un tel système, car les gradients de température y sont en général faibles : la matière présente seulement de faibles gradients sur le libre parcours moyen d'un photon (distance qu'il peut parcourir avant d'être thermalisé par un processus collisionnel). L'hypothèse d'*équilibre thermodynamique local* consiste à considérer que toutes les propriétés thermodynamiques de la matière sont les mêmes qu'à l'équilibre thermodynamique pour les valeurs locales des variables déterminant l'état de la matière (la température et de la densité), et ceci pour toute l'atmosphère de l'étoile, jusqu'aux couches externes. La même température est donc utilisée pour calculer les distributions de vitesse des électrons, atomes, ions, ... Les distributions de vitesses sont maxwelliennes. On peut donc calculer toutes les populations de niveaux par la statistique de Saha-Boltzmann déterminée par une seule température (locale), comme si, localement, la matière était confinée dans une enceinte adiabatique à l'équilibre thermique à température T. On a donc :

$$j^*(\vec{r}, \nu, T) = \kappa^*(\vec{r}, \nu, T) B_\nu(T(\vec{r}, t)) \quad (2.51)$$



## Chapitre 3

# Corps noir et photométrie

### 3.1 Magnitude apparente

L'échelle de magnitudes qui décrit les luminosités apparentes des objets célestes est basée sur le fait que l'oeil humain est sensible à une progression géométrique de l'intensité lumineuse ( $I_0, 2I_0, 4I_0, 8I_0, \dots, 2^n I_0$ ) et non à une progression arithmétique ( $I_0, 2I_0, 3I_0, 4I_0, \dots, nI_0$ ). Dès le second siècle avant J.-C., Hipparque a divisé les étoiles visibles en six classes selon leur luminosité apparente, de la plus brillante (classe 1) à la limite de luminosité visible à l'oeil nu (classe 6). Une formalisation quantitative du système de magnitudes a été donnée par Pogson (1856) qui a remarqué que les étoiles les plus faibles visibles à l'oeil nu sont environ 100 fois plus faibles que les plus brillantes. Comme 5 classes de magnitudes séparent les étoiles les plus faibles des plus brillantes, les magnitudes apparentes d'étoiles situées dans 2 classes successives doivent différer d'un facteur  $100^{(1/5)} \approx 2.512$ . Supposons que deux étoiles aient des *éclaircissements*, ou *flux reçus* (voir Sect. 1.2.3)  $F_1$  et  $F_2$ , et des classes de magnitude  $m_1$  et  $m_2$ .

$$\frac{F_2}{F_1} = 100^{\frac{1}{5}(m_1 - m_2)} \quad (3.1)$$

En prenant le logarithme, on obtient la définition de la *magnitude apparente* :

$$(m_1 - m_2) = 2.5 \log_{10} \frac{F_2}{F_1} = -2.5 \log_{10} \frac{F_1}{F_2} \quad (3.2)$$

Notons que le facteur est exactement 2.5 et plus 2.512. Avec cette définition, Pogson a reproduit les classes de luminosité d'Hipparcos. A cause du signe "moins", les faibles magnitudes correspondent aux étoiles brillantes. Les magnitudes sont sans dimensions, mais on écrit souvent "m" ou "mag" pour rappeler qu'il s'agit de

magnitudes ( $10^m$  ou 10 mag).

On choisit une valeur de référence  $\epsilon_0$  arbitraire.

$$m = -2.5 \log_{10} \frac{F}{\epsilon_0} \quad (3.3)$$

Le flux (éclairage) de référence<sup>1</sup>  $\epsilon_0$  dépend de la bande spectrale dans laquelle la mesure est effectuée.

Ce flux de référence est basé sur un étalonnage de l'étoile Véga (=  $\alpha$  Lyrae) par rapport à des sources terrestres dont le flux monochromatique est connu (soit un corps noir, soit une lampe à filament de tungstène). Vega se voit ainsi attribuer une magnitude apparente proche de zéro dans la bande  $V$ . En pratique, Véga est beaucoup trop brillante et il faut recourir à des calibrateurs secondaires dont les distributions d'énergie spectrale ont été déterminées par des mesures relatives à Véga, ou quelquefois de manière absolue<sup>2</sup>. Récemment (par exemple pour STIS), et spécialement dans l'UV, des modèles d'atmosphère ont été utilisés pour la normalisation, plutôt que des mesures directes. Les magnitudes des étoiles sont mesurées par comparaison avec des étoiles standards (calibreurs secondaires).

Valeurs numériques :

- Magnitude du soleil : -26.632
- Magnitude de la pleine lune : -12.7
- Magnitude de Sirius (étoile lointaine la plus brillante) : -1.5
- Magnitudes des objets les plus faibles observables dans le domaine visible par les Very Large Telescope (ESO, 8m) : environ 27
- Magnitudes des objets les plus faibles observables dans le domaine visible par le Hubble Space Telescope : environ 31

En pratique, à cause de la nature de nos détecteurs et de la transmission de l'atmosphère terrestre (Fig. 2.9), on mesure la magnitude à travers certains filtres (par exemple  $U, B, V$ , centrés en 3650Å, 4400Å, 5500Å), on obtient une magnitude dépendante de ces filtres.

Notation : Les magnitudes apparentes sont souvent notées en minuscules ( $m$ ), sauf pour les filtres photométriques classiques ( $U = m_U$ , idem pour  $B, V, R, I, J, H, K$ ).

1. Notons l'analogie avec l'intensité acoustique, exprimée également dans une échelle logarithmique, les décibels :

$$I = 10 \log_{10} \frac{W}{W_0} \quad (3.4)$$

où  $W_0$  est le flux d'énergie acoustique et  $W_0$  un flux conventionnel de référence ( $W_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ ).

2. voir <http://articles.adsabs.harvard.edu//full/1985IAUS..111..225H/0000225.000.html>

### Magnitude bolométrique apparente

Si on mesure la luminosité sur tout l'intervalle spectral, on obtient la *magnitude bolométrique*.

## 3.2 Magnitude absolue

La *magnitude absolue*  $M$  est définie comme la magnitude apparente d'un objet astrophysique s'il était placé à une distance de  $D = 10\text{pc}$ . Donc :

$$(m - M) = 2.5 \log_{10} \frac{D^2}{10^2} \quad (3.5)$$

Donc :

$$(m - M) = 5 \log_{10} \frac{D (\text{pc})}{10 (\text{pc})} \quad (3.6)$$

$$= 5 \log_{10} D(\text{pc}) - 5 \quad (3.7)$$

$m - M$  est appelé *module de distance* : en effet, si les magnitudes apparentes et surtout absolues d'un objet sont connues, on peut déterminer sa distance : c'est le principe des *chandelles standard*.

Notation : Les magnitudes absolues sont souvent notées en majuscules :  $M_U$ ,  $M_B$ ,  $M_V$  sont les magnitudes absolues correspondant aux magnitudes apparentes  $U, B, V$ .

#### Unités de distance en astronomie

— L'*unité astronomique* (UA, AU en anglais) : c'est la distance Terre-Soleil. Elle est utilisée pour mesurer les distances dans le système solaire, mais trop petite pour mesurer les distances aux étoiles.

$$1\text{AU} = 1.5 \times 10^{11}\text{m}$$

— Le *parsec* (pc, kpc, Mpc, Gpc) : c'est la distance à une étoile de parallaxe  $1''$  (1 seconde d'arc). Considérons une étoile située le long de l'axe polaire de la Terre et située à une distance  $d$  (Fig. 3.1). La parallaxe est l'angle  $\theta$ , c'est-à-dire l'angle sous lequel on verrait, depuis cette étoile, le demi-grand axe de l'orbite de la Terre (1UA).

$$\theta = \frac{1\text{UA}}{d} \quad (3.8)$$

Comme  $1'' = \pi / (180 \times 60 \times 60)$ ,  $1\text{pc} = 3.09 \times 10^{16}\text{m} = 3.26 \text{ a.l.}$  (années

lumière). Le pc est une mesure des distances interstellaires, le kpc une mesure des tailles de galaxies, le Mpc une mesure des distances entre galaxies, et le Gpc une mesure de l'Univers visible.

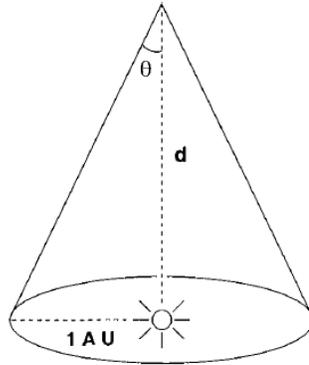


FIGURE 3.1 – Définition du parsec. Source : Chouduri

### Magnitude bolométrique absolue

La magnitude bolométrique absolue peut être exprimée en terme de luminosité. Par rapport au soleil,

$$M_{\text{bol},\star} - M_{\text{bol},\odot} = -2.5 \log_{10} \frac{L_{\star}}{L_{\odot}} \quad (3.9)$$

Une résolution IAU (*International Astronomical Union*) de 2015<sup>3</sup> définit dorénavant une échelle absolue de magnitudes bolométriques telle que le soleil (de luminosité bolométrique nominale  $L_{\odot} = 3.828 \times 10^{26}$  W) possède une magnitude bolométrique absolue  $M_{\text{bol},\odot} = 4.74$ .

## 3.3 Systèmes photométriques

### 3.3.1 Filtres photométriques

Les filtres sont caractérisés par leur longueur d'onde effective  $\lambda_0$ , leur transmission  $T(\lambda)$  et leur bande passante  $\Delta\lambda$  (largeur à mi-hauteur de  $T(\lambda)$ , cf Fig. 5.1).

3. [https://www.iau.org/administration/resolutions/general\\_assemblies/](https://www.iau.org/administration/resolutions/general_assemblies/)

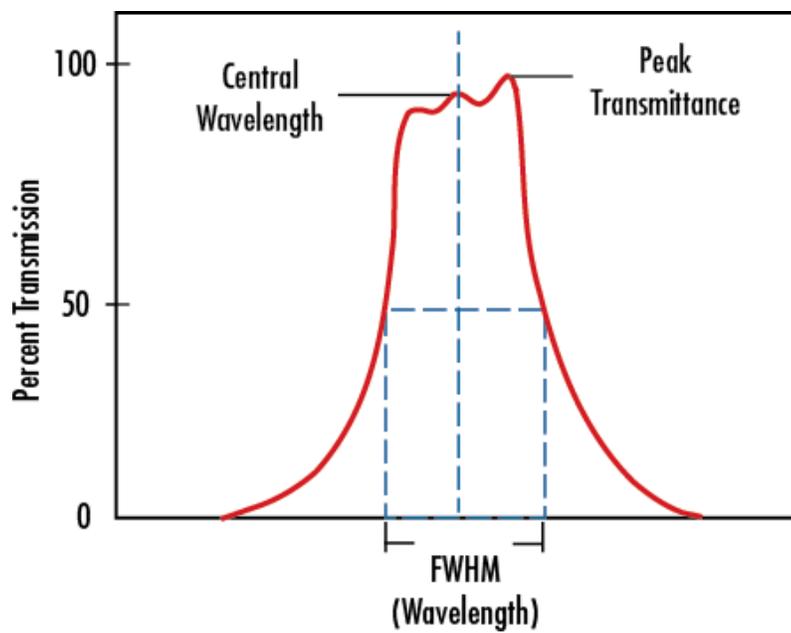


FIGURE 3.2 – Transmission d'un filtre photométrique. La largeur à mi-hauteur (Full Width Half Maximum) est illustrée. Credit : Edmund Optics

La longueur d'onde effective est définie par :

$$\lambda_0 = \frac{\int_0^\infty \lambda T(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty T(\lambda) d\lambda} \quad (3.10)$$

Un système de magnitudes largement utilisé est le système *UBV* développé au début des années 1950 par Harold L. Johnson et William W. Morgan, complété par les filtres infrarouges *R* et *I*. Les magnitudes sont mesurés à travers les filtres : U = ultraviolet, B = blue, V = visual, R=red, I=infrared (Fig. 3.3, graphe du haut).

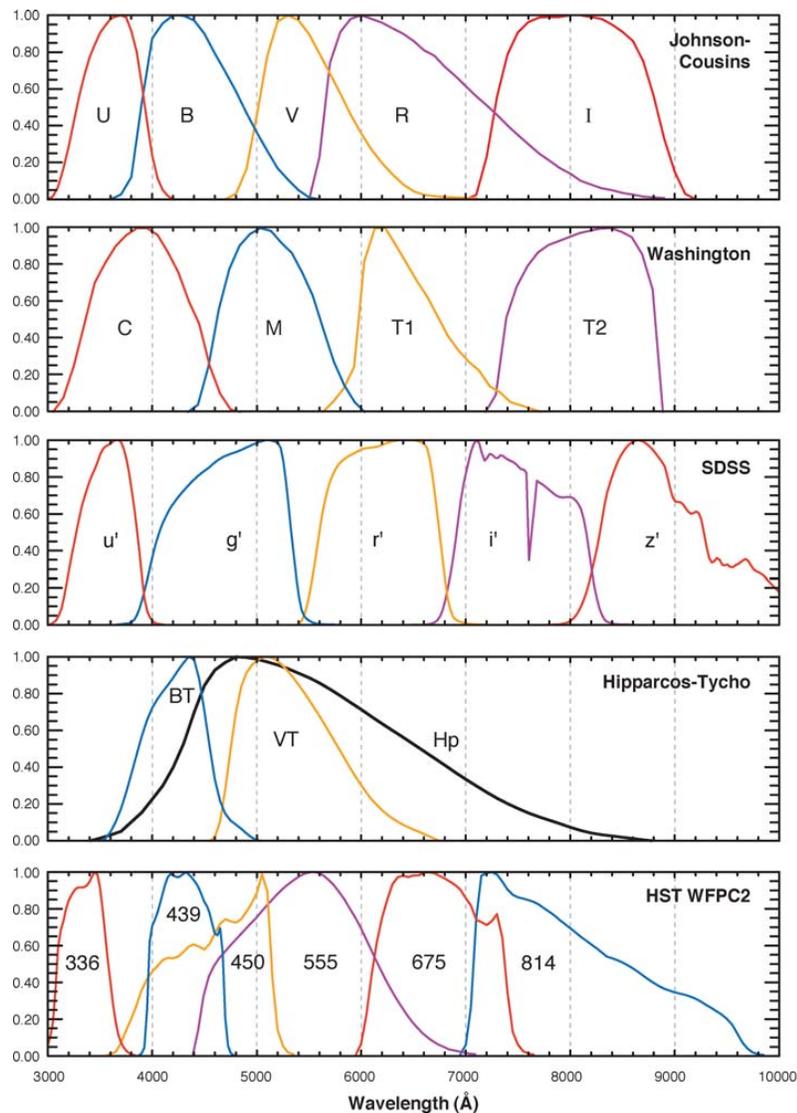
Les magnitudes mesurées dans différentes bandes photométriques ont différents points zéros, i.e. ont différents flux  $\epsilon_0$  correspondant à une magnitude 0, comme listée à la Table 3.1.

Magnitude	Passband [nm]	$\epsilon_\lambda(0)$ [ $10^{-9} \text{ erg cm}^{-2}$ $\text{s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$ ]	Effective wavelength [nm]
UBVRI JHKLMN system (Johnson)			
U ultraviolet	300 - 400	4.35	360
B blue	360 - 550	7.20	440
V visual	480 - 680	3.92	550
R red	530 - 950	1.76	700
I infrared	700 - 1200	0.83	880
<b>Band width [nm]</b>			
J	120	0.34	1250
H	160	0.126	1660
K	220	0.039	2220
L	350	0.0081	3450
M	460	0.0022	4650
N	1000	0.000123	10300
uvby system (Strömgren)			
u ultraviolet	30	3.25	345
v violet	19	7.18	411
b blue	18	5.81	467
y yellow	23	3.70	548

TABLE 3.1 – Bandes passantes et flux zeros des principaux systèmes photométriques. Source : Jorissen

De nombreux systèmes photométriques ont été conçus<sup>4</sup>, certains spécialisés à des applications très spécifiques, d'autres plus généralistes. Plus la bande passante

4. Pour une bonne revue, voir <http://www.annualreviews.org/doi/abs/>



**Figure 1** Schematic passbands of broad-band systems.

FIGURE 3.3 – Bandes passantes de quelques systèmes à bande large. Bessel, ARAA, 2005, 43 :293 (<http://www.astro.caltech.edu/~george/ay122/Bessel2005ARAA43p293.pdf>).

du filtre est étroite, meilleure sera la résolution spectrale de l'information obtenue ; en revanche une quantité moindre de lumière passera, donc seuls les objets les plus brillants pourront être mesurés.

### 3.3.2 Correction bolométrique

Idéalement, si l'on pouvait mesurer le rayonnement à toutes les longueurs d'onde, on obtiendrait la magnitude bolométrique  $m_{\text{bol}}$ . En pratique c'est très difficile, à cause des coupures atmosphériques (ce qui n'est plus un problème pour les observatoires spatiaux) mais aussi à cause de la nature même des détecteurs.

On mesure donc la magnitude dans une bande passante (par exemple  $V$ ) et on introduit la correction bolométrique correspondante :

$$m_{\text{bol}} = m_V - BC_V. \quad (3.11)$$

Avec cette convention  $BC_V$  est toujours positive et  $m_{\text{bol}} \leq m_V$ . Par définition, la correction bolométrique est nulle pour les étoiles de type solaire (plus précisément, de la classe spectral F5). Dans ce cas, les magnitudes bolométriques et dans la bande  $V$  sont égales. Ceci ne constitue pas un problème : le flux bolométrique est toujours plus grand que le flux dans une bande passante donnée ; la différence se cache dans les points zéros  $\epsilon_0$ .

Plus la distribution d'énergie spectrale diffère de celle du soleil, plus la correction bolométrique est élevée (positive, tant pour des étoiles plus chaudes que plus froides que le soleil).

### 3.3.3 Indices de couleur

Un indice de couleur est une différence de deux magnitudes. Dans le système  $UBV$ , il est d'usage de donner  $U - B$  et  $B - V$ . Les constantes  $\epsilon_0$  des équations 3.3 sont choisies de manière à ce que  $U - B$  et  $B - V$  soient nuls pour des étoiles de type spectral A0. Par exemple, pour Vega (=  $\alpha$  Lyrae, type spectral A0V) on a  $V = 0.03$ ,  $B - V = U - B = 0.00$ .

La Fig. 3.4 illustre le fait qu'une étoile chaude, dont le spectre peut être approximé par celui d'un corps noir à 20 000 K, sera caractérisée par  $B - V < 0$ , alors que pour une étoile froide (3 000 K),  $B - V > 0$ .

Si les étoiles étaient de parfaits corps noirs (ce qu'elles ne sont pas !), alors, dans le régime de Wien, on aurait (cf Sect. 2.2.2, et en utilisant les points zéros de

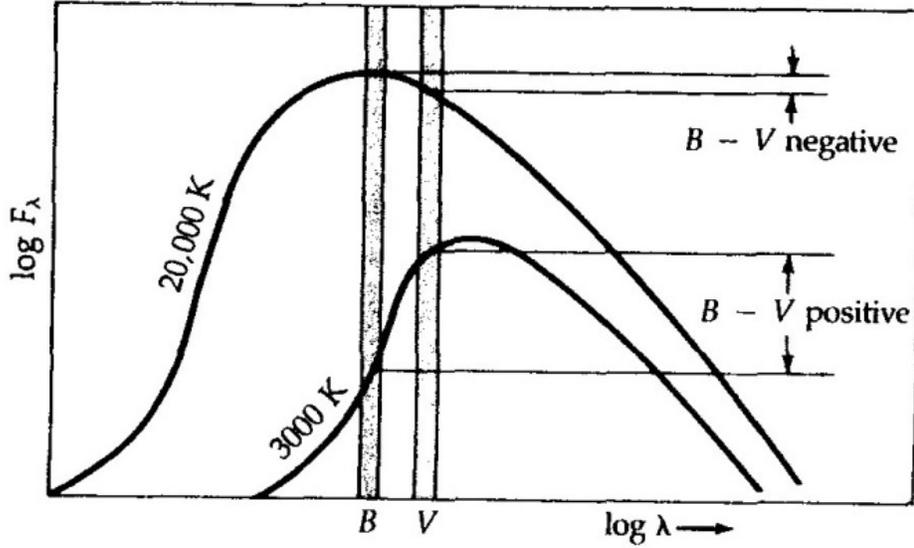


FIGURE 3.4 – Indices de couleur  $B - V$  pour deux corps noir de température différentes. Crédit : Jorissen

la Table 3.1.) :

$$(B - V)_W = -0.55 + \frac{7096}{T} \quad (3.12)$$

$$(U - B)_W = -1.63 + \frac{7885}{T} \quad (3.13)$$

#### Températures de couleur, d'excitation, d'ionisation, cinétique

Les Fig. 3.6 et 3.5 montrent que certains spectres stellaires diffèrent significativement de celui d'un corps noir. L'absorption de rayonnement par les raies spectrales est appelé **line blanketing**.

La Table 3.2 illustre les différences entre indices de couleur des étoiles (naines et supergéantes) et indices de couleur de corps noirs.

Comme les spectres stellaires diffèrent de ceux de corps noirs, les relations précédentes ne sont que des approximations grossières pour les étoiles réelles. Une relation empirique valable pour des étoiles réelles donne :

$$B - V = -0.865 + \frac{8650}{T} \quad \text{ou encore,} \quad (3.14)$$

$$T = \frac{8650}{(B - V) + 0.865} \quad (3.15)$$

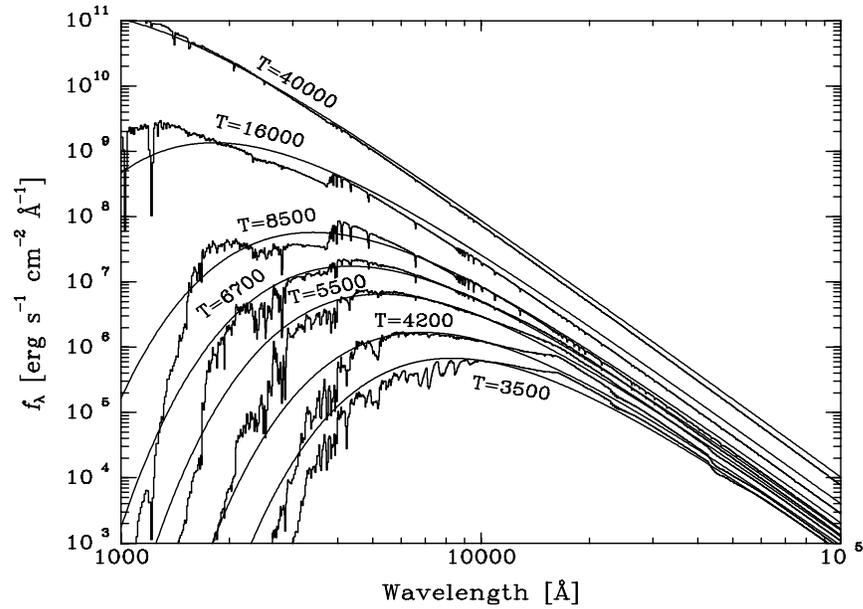


Figure 2.1 Flux per wavelength interval emitted by different types of stars, at their “surfaces”, compared to blackbody curves of various temperatures. Each blackbody’s temperature is chosen to match the total power (integrated over all wavelengths) under the the corresponding stellar spectrum. The wavelength range shown is from the ultraviolet ( $1000 \text{ \AA} = 0.1 \mu\text{m}$ ), through the optical range ( $3200\text{-}10,000 \text{ \AA}$ ), and to the mid-infrared ( $10^5 \text{ \AA} = 10 \mu\text{m}$ ). Data credit: R. Kurucz.

FIGURE 3.5 – Spectres stellaires et corps noirs. Crédit : Astrophysics in a Nutshell, Dan Maoz, Princeton University Press, 2007

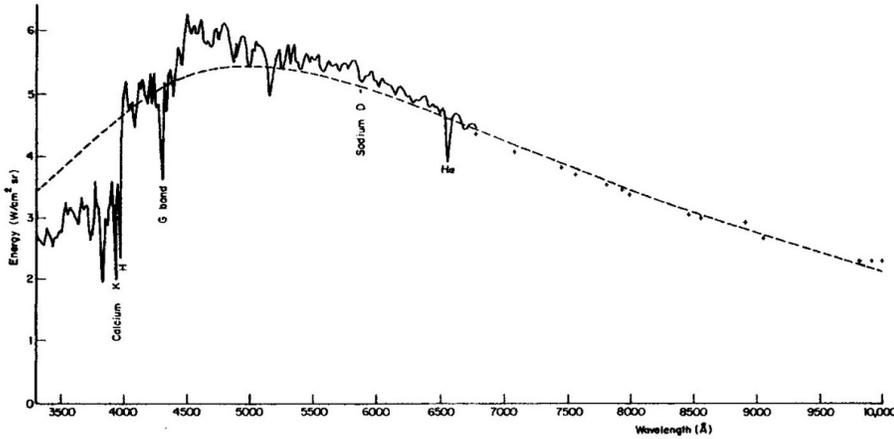


FIGURE 3.6 – Spectre du soleil. La courbe en pointillés est le spectre d'un corps noir. Crédit : Aller, *Atoms, Stars and Nebulae*, Revised Edition, Harvard University Press, Cambridge, MA, 1971

où les constantes sont choisies de manière à ce qu'une étoile (pas un corps noir) de  $T=10\,000\text{K}$  soit caractérisée par  $B - V = 0$ .

On peut donc déterminer la température d'une étoile en recherchant la température d'un corps noir qui posséderait les mêmes indices de couleur (par exemple  $U - B$  et/ou  $B - V$ ) que l'étoile : c'est la **température de couleur**.

En fait on peut définir plusieurs températures :

1. **La température cinétique**, définie par la distribution de Maxwell-Boltzmann

A l'équilibre thermique, la probabilité qu'une particule de masse  $m$  et de température  $T$  ait une vitesse dans la gamme  $(v_x, v_x + dv_x)$  est donnée par la distribution de vitesses de Maxwell à une composante :

$$\frac{dN(v_x)}{N_{\text{total}}} = f(v_x)dv_x = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-mv_x^2/2kT} dv_x \quad (3.16)$$

où  $N$  est le nombre de particules de masse  $m$  par  $\text{cm}^3$ . La distribution de vitesse  $v$  (en module) est :

$$\frac{dN(v)}{N_{\text{total}}} = f(v)dv = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} 4\pi v^2 dv \quad (3.17)$$

La vitesse la plus probable est obtenue par  $df(v)/dv = 0$  :

$$v_1 = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (3.18)$$

La vitesse moyenne est obtenue par  $\int_0^\infty v f(v) dv$  :

$$v_2 = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = 1.128 v_1 \quad (3.19)$$

La vitesse quadratique moyenne (RMS) est obtenue par  $(\int_0^\infty v^2 f(v) dv)^{1/2}$  :

$$v_3 = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 1.225 v_1 \quad (3.20)$$

La distribution par composante est une gaussienne, alors que la distribution en module possède une extension vers les grandes vitesses, due au facteur  $4\pi v^2$  (Fig. 3.7).

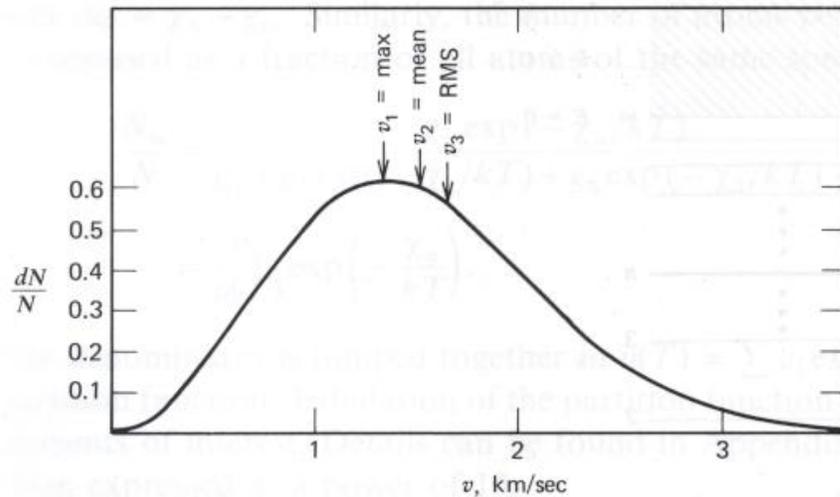


FIGURE 3.7 – Distribution de Maxwell (Eq. 3.17) pour des atomes de fer à une température de 6000K. Les trois vitesses (plus probable = max, moyenne = mean, quadratique = RMS) sont indiquées. Figure issue de Gray, 2008, The observation and analysis of stellar photospheres.

## 2. La température d'excitation, définie par l'équation de Boltzmann

A l'équilibre thermique, la population d'un niveau excité  $i$  par rapport à celle du fondamental 0 est :

$$\boxed{\frac{n_i}{n_0} = \frac{g_i}{g_0} e^{-\chi_i/kT_{\text{exc}}}} \quad (3.21)$$

où  $\chi_i$  est l'énergie d'excitation par rapport à l'état fondamental de l'atome, et  $g_i$  le poids statistique du niveau  $i$  (pour tenir compte des niveaux dégénérés).

Calculons le nombre total d'atomes dans un état d'ionisation déterminé :

$$\begin{aligned} N &= \sum_i n_i \\ &= \frac{n_0}{g_0} \sum_i g_i e^{-\chi_i/kT_{\text{exc}}} \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$= \frac{n_0}{g_0} U(T) \quad (3.23)$$

où

$$U(T) = \sum_i g_i e^{-\chi_i/kT_{\text{exc}}} \quad (3.24)$$

est la fonction de partition. La fonction de partition est difficile à calculer. Souvent, on se contente d'une somme sur quelques états de plus basse énergie ; en effet, aux températures modérées, les populations des niveaux les plus élevés sont très faibles, et  $U(T)$  converge rapidement.

On peut ré-écrire l'équation de Boltzmann en utilisant la fonction de partition (en substituant les Eq. 3.23 et 3.24 dans l'Eq. 3.21) :

$$\frac{n_i}{N} = \frac{g_i}{U(T)} e^{-\chi_i/kT_{\text{exc}}} \quad (3.25)$$

## 3. La température d'ionisation, définie par l'équation de Saha

L'équation de Saha est une extension de l'équation de Boltzmann pour le continu.

Considérons le processus d'ionisation suivant<sup>5</sup> :

- état initial : atome dans son état fondamental. Poids statistique de l'état initial :  $g_{0,\text{ion}1}$

---

5. Le premier indice indique l'état d'excitation, le second l'état d'ionisation

— état final : ion dans l'état fondamental et un électron libre dans le continu, qui se déplace à une vitesse  $v$ . Poids statistique de l'état final :  $g = g_{0,\text{ion}2} \times g_{\text{electron}}$

L'énergie requise est  $\chi_I + 1/2mv^2$ . Soit  $n_{0,\text{ion}2}(v)$  le nombre d'ions dans l'état fondamental avec un électron libre de vitesse dans la gamme  $(v, v + dv)$ . En utilisant l'Eq. 3.21 :

$$\frac{n_{0,\text{ion}2}(v)}{n_{0,\text{ion}1}} = \frac{g_{0,\text{ion}2}g_{\text{electron}}}{g_{0,\text{ion}1}} e^{-\frac{\chi_I + 1/2mv^2}{kT_{\text{ion}}}} \quad (3.26)$$

Le poids statistique de l'électron,  $g_{\text{electron}}$ , est le nombre d'éléments de l'espace des phases qui est disponible pour l'électron libre :

$$g_{\text{electron}} = 2(dx dy dz dp_x dp_y dp_z)/h^3 \quad (3.27)$$

où le facteur 2 prend en compte les deux orientations possibles du spin de l'électron.

On choisit le volume élémentaire de l'espace des phases tel qu'il contient exactement un électron libre, de sorte que  $dx dy dz = n_e^{-1}$ . Le volume élémentaire de quantité de mouvement s'écrit en fonction de la vitesse de l'électron :

$$dp_x dp_y dp_z = 4\pi p^2 dp = 4\pi m^3 v^2 dv \quad (3.28)$$

L'équation 3.26 devient :

$$\frac{n_{0,\text{ion}2}(v)}{n_{0,\text{ion}1}} = \frac{1}{n_e} \frac{4\pi m^3}{h^3} \frac{2g_{0,\text{ion}2}}{g_{0,\text{ion}1}} e^{-\frac{\chi_I + 1/2mv^2}{kT_{\text{ion}}}} v^2 dv \quad (3.29)$$

On somme sur tous les états finaux, en intégrant sur la distribution de vitesse des électrons, et par changement de variable :

$$\frac{n_{0,\text{ion}2}(v)}{n_{0,\text{ion}1}} = \frac{1}{n_e} \frac{4\pi m^3}{h^3} \frac{2g_{0,\text{ion}2}}{g_{0,\text{ion}1}} e^{-\frac{\chi_I}{kT_{\text{ion}}}} \left(\frac{2kT_{\text{ion}}}{m}\right)^{3/2} \int_0^\infty x^2 e^{-x^2} dx \quad (3.30)$$

L'intégrale vaut  $\sqrt{\pi}/4$ , donc :

$$\boxed{\frac{n_{0,\text{ion}2}}{n_{0,\text{ion}1}} = \frac{1}{n_e} \left(\frac{2\pi m k T_{\text{ion}}}{h^2}\right)^{3/2} \frac{2g_{0,\text{ion}2}}{g_{0,\text{ion}1}} e^{-\frac{\chi_I}{kT_{\text{ion}}}}} \quad (3.31)$$

C'est une forme classique de l'équation de Saha.

Exprimons la population totale de chaque ion en fonction de celle de son état fondamental : D'après l'Eq. 3.25 :

$$\frac{n_{i,\text{ion}2}}{n_{\text{ion}2}} = \frac{g_{i,\text{ion}2}}{U_{\text{ion}2}(T)} e^{-\chi_i/kT_{\text{exc}}} \quad (3.32)$$

et pour le fondamental de chaque ion ( $\chi_i = 0$ ), on retrouve l'Eq. 3.23 :

$$\frac{n_{0,\text{ion}1}}{n_{\text{ion}1}} = \frac{g_{0,\text{ion}1}}{U_{\text{ion}1}(T)} \quad (3.33)$$

$$\frac{n_{0,\text{ion}2}}{n_{\text{ion}2}} = \frac{g_{0,\text{ion}2}}{U_{\text{ion}2}(T)} \quad (3.34)$$

En divisant membre à membre :

$$\frac{n_{\text{ion}2}}{n_{\text{ion}1}} = \frac{n_{0,\text{ion}2}}{n_{0,\text{ion}1}} \frac{U_{\text{ion}2}(T)}{U_{\text{ion}1}(T)} \frac{g_{0,\text{ion}1}}{g_{0,\text{ion}2}} \quad (3.35)$$

En remplaçant dans l'Eq. 3.31 :

$$\boxed{\frac{n_{\text{ion}2}}{n_{\text{ion}1}} = \frac{1}{n_e} \left( \frac{2\pi m k T_{\text{ion}}}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2U_{\text{ion}2}(T)}{U_{\text{ion}1}(T)} e^{-\frac{\chi_I}{kT_{\text{ion}}}}} \quad (3.36)$$

On peut aussi ré-écrire l'Eq. 3.31 en terme de pression électronique, comme  $P_e = n_e kT$  :

$$\frac{n_{0,1}}{n_{0,0}} P_e = \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT_{\text{ion}})^{5/2}}{h^3} \frac{2g_{0,1}}{g_{0,0}} e^{-\frac{\chi_I}{kT_{\text{ion}}}} \quad (3.37)$$

que l'on ré-écrit sous forme synthétique :

$$\frac{n_{0,1}}{n_{0,0}} = \frac{\Phi(T_{\text{ion}})}{P_e} \quad (3.38)$$

4. **La température de couleur**, obtenue en ajustant un corps noir au spectre continu d'une étoile.

Lorsque les raies spectrales et moléculaires ne sont pas trop importantes, on peut détecter le *spectre continu* et ajuster un corps noir ; le meilleur ajustement sur toutes les bandes spectrales considérées donne la température de couleur.

5. **La température de brillance** :

La température de brillance  $T_{B\nu}$ , à la fréquence  $\nu$ , est la température à laquelle l'intensité spécifique d'un corps noir (Eq. 2.2) est celle observée à la fréquence  $\nu$  :

$$I_\nu = B_\nu(T_{B\nu}) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_{B\nu}}} - 1} \quad (3.39)$$

Si la même température de brillance est mesurée pour toutes les fréquences, alors l'objet est un corps noir. La variation de  $T_{B\nu}$  avec la fréquence mesure l'écart entre le rayonnement d'un objet et celui d'un corps noir.

Une température de brillance peut être attribuée à n'importe quelle source (que son rayonnement s'approche de celui d'un corps noir ou pas). Elle exprime la température du rayonnement d'un objet, que celle-ci soit associée à une température cinétique ou non. La température de brillance a la même valeur informative que l'intensité spécifique.

Dans le régime de Rayleigh-Jeans ( $h\nu \ll kT$ ), la relation avec l'intensité spécifique devient simplement proportionnelle :

$$I_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{kT_{B\nu}}{h\nu} \quad (3.40)$$

$$= \frac{2\nu^2}{c^2} kT_{B\nu} \quad (3.41)$$

6. **La température de Wien**, en utilisant la loi de déplacement de Wien (Eq. 2.37) :

$$\lambda_{m,\lambda}(\text{m}) = 2.89777 \times 10^{-3} T^{-1} \quad (3.42)$$

La valeur de  $\lambda_{m,\lambda}(\text{m})$  (maximum de la densité d'énergie du corps noir correspondant) définit donc une température.

7. **La température effective** :

La loi de Stefan (Eq. 2.22)

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \quad (3.43)$$

définit la température effective de la photosphère.

Ces différentes températures ne sont, en général, pas identiques.

### Discontinuité de Balmer

Sauf dans les étoiles les plus chaudes, la majorité de l'hydrogène est neutre, et le saut d'absorption à  $912\text{\AA}$  (1 Rydberg) est extrêmement fort. Pour  $912\text{\AA} \leq \lambda \leq 3647\text{\AA}$ , les photoionisations à partir du niveau fondamental ne peuvent plus se produire, et la source dominante d'opacité du continu est la photoionisation à partir du niveau  $n = 2$  (continu de Balmer, cf Fig. 3.8). De même, pour  $3647\text{\AA} \leq \lambda \leq 8206\text{\AA}$ , les excitations à partir des niveaux  $n = 1$  et  $n = 2$  ne peuvent plus atteindre le continu, et la source dominante d'opacité du continu est la photoionisation à partir du niveau  $n = 3$  (continu de Paschen).

La Fig. 3.11 montre des spectres d'étoiles de la séquence principale de différentes températures. Seul le filtre  $U$  intercepte la discontinuité de Balmer.

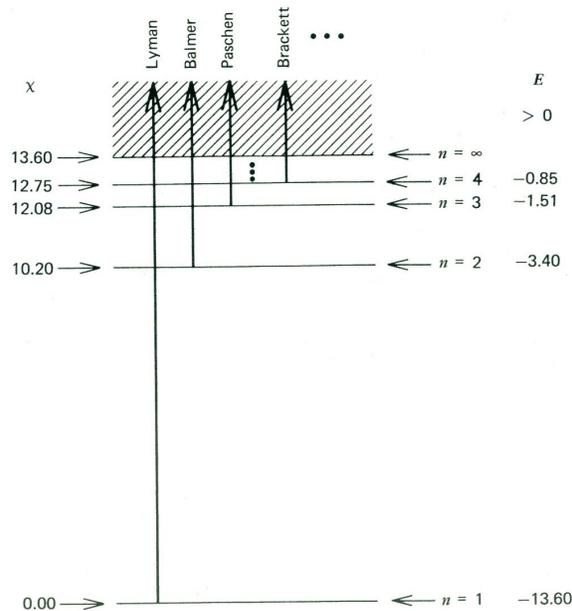


FIGURE 3.8 – Diagramme simplifié représentant les niveaux d'énergie de l'hydrogène, illustrant les nombres quantiques  $n$ , les énergies de liaison  $E$  et les potentiels d'excitation en électrons-volts pour les 4 premiers niveaux et le continu. Crédit : Gray, The observation and analysis of stellar photospheres

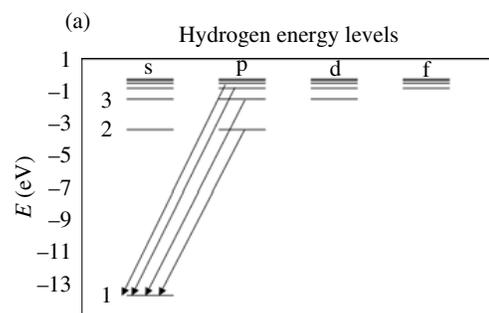


FIGURE 3.9 – Diagramme simplifié représentant les niveaux d'énergie de l'hydrogène. Le nombre quantique principal  $n$  augmente vers le haut. Le moment cinétique orbital  $l$  augmente vers la droite. Les transitions Lyman  $\alpha$  à  $\delta$  sont indiquées (Crédit : Tielens, The Physics and Chemistry of the Interstellar Medium).

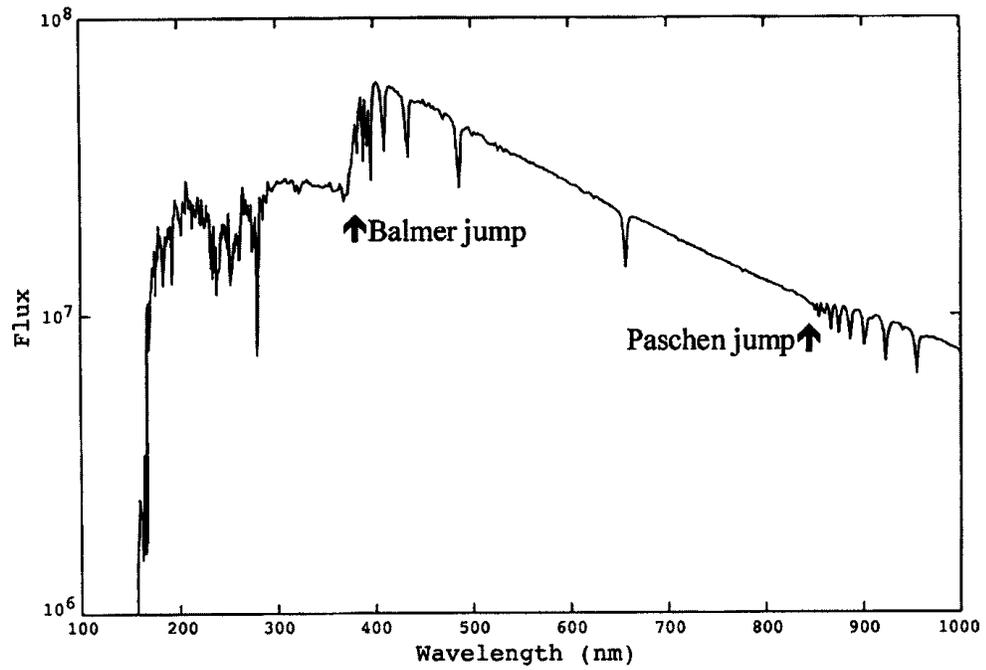
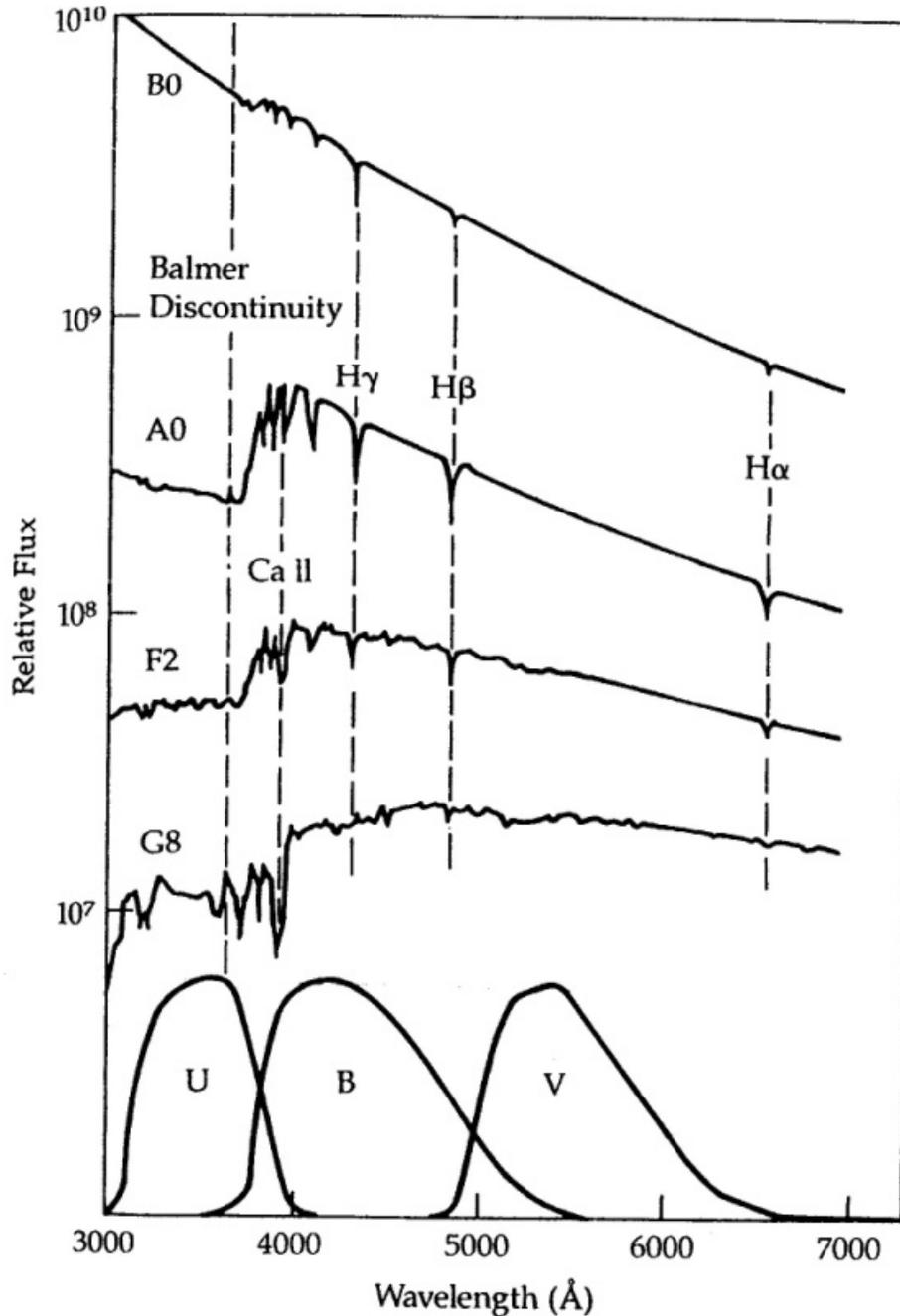


Fig. 3.11. Model spectrum of an A5-type star showing both the Balmer and Paschen discontinuities. (R.J. Sylvester, private communication.)

FIGURE 3.10 – Crédit : Astronomical Spectroscopy, Jonathan Tennyson, Imperial College Press



**FIGURE** Profiles of the spectra of various classes of main-sequence stars compared to the *UBV* bandpasses. Note that the Balmer discontinuity falls in the *U* but not the other filters. This nonlinear effect causes the sharp bend in color-color plots.

**Diagrammes couleur-couleur**

En éliminant  $T$  dans les Eq. 3.12 et 3.13 :

$$(U - B)_W = 1.11(B - V)_W - 1.01 \quad (3.44)$$

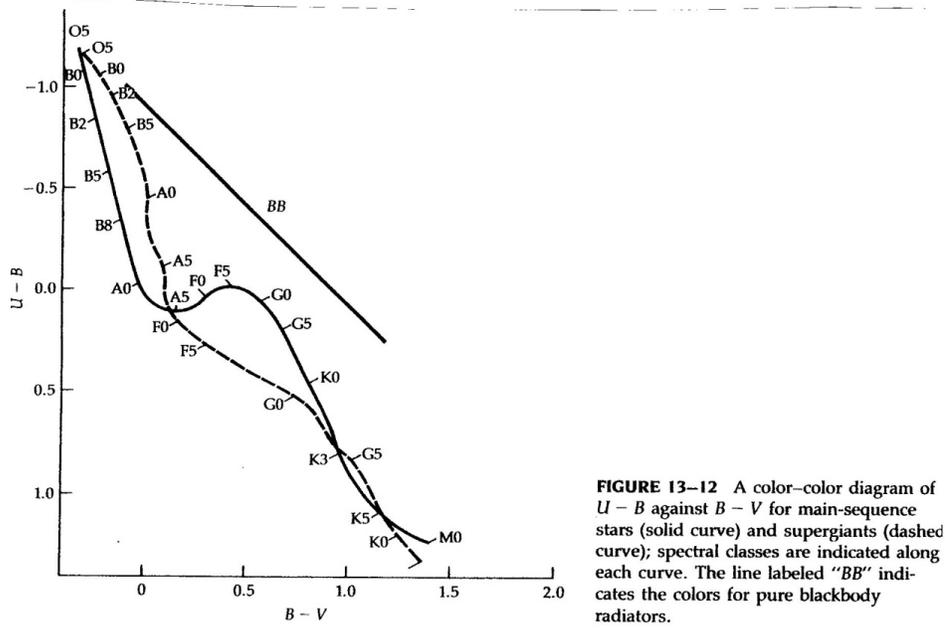
Les Fig. 3.12 et 3.13 illustrent cette droite dans un diagramme couleur-couleur d'étoiles de la séquence principale et de corps noirs. L'impact sur les indices de couleur des raies spectrales et de la discontinuité de Balmer sont illustrés. Pour les étoiles chaudes, l'impact de la discontinuité de Balmer est plus important que celui des raies spectrales. Pour les étoiles froides en revanche, la discontinuité de Balmer disparaît et l'absorption par les raies (voire les molécules) domine.

10 1 *Stellar magnitudes and stellar colors*

Table 1.1.

B - V	U - B Main sequence	U - B Supergiants	U - B Black body
-0.30	-1.08	-1.16	-1.22
-0.20	-0.71	-0.94	-1.11
-0.10	-0.32	-0.65	-1.00
0.00	0.00	-0.34	-0.89
+0.10	+0.10	-0.02	-0.78
+0.20	+0.11	+0.23	-0.68
+0.30	+0.07	+0.31	-0.57
+0.40	+0.01	+0.34	-0.46
+0.50	+0.03	+0.38	-0.35
+0.60	+0.13	+0.41	-0.24
+0.70	+0.26	+0.47	-0.13
+0.80	+0.43	+0.55	-0.00
+0.90	+0.63	+0.66	+0.11
+1.00	+0.81	+0.81	+0.23
+1.10	+0.96	+0.96	+0.35
+1.20	+1.10	+1.10	+0.48
+1.30	+1.22	+1.22	+0.61

TABLE 3.2 – Indices de couleur pour des étoiles réelles et des corps noirs.



**FIGURE 13-12** A color-color diagram of  $U - B$  against  $B - V$  for main-sequence stars (solid curve) and supergiants (dashed curve); spectral classes are indicated along each curve. The line labeled "BB" indicates the colors for pure blackbody radiators.

FIGURE 3.12 – Diagramme couleur-couleur. Crédit : Jorissen

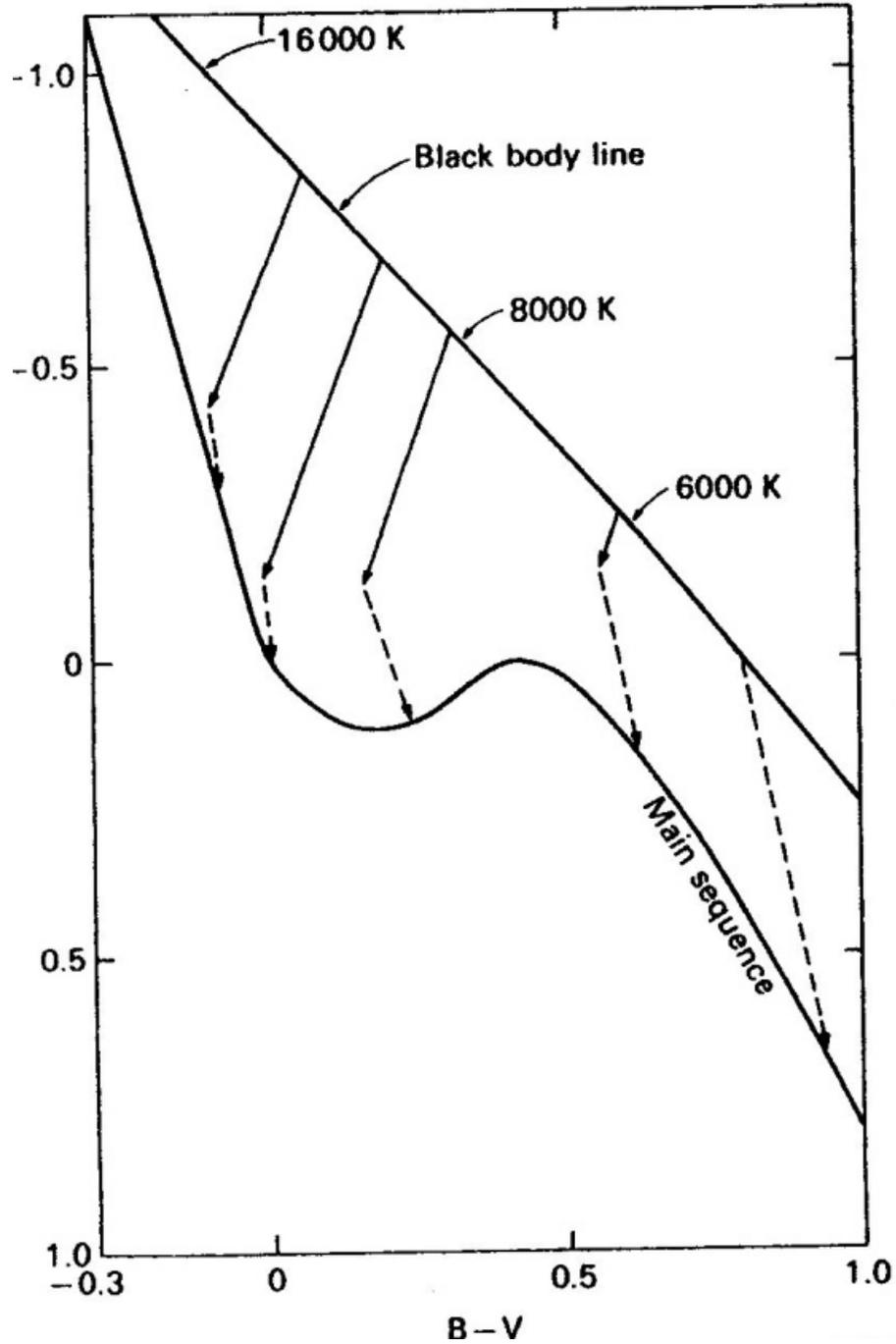


FIGURE 3.13 – Diagramme couleur-couleur pour des corps noirs et pour des étoiles de la séquence principale. Les flèches en trait continu illustrent (qualitativement) comment les indices de couleur des corps noirs changent à cause de la discontinuité de Balmer. Les flèches en trait pointillés illustrent comment l'absorption par les raies spectrales modifie les indices de couleur. Crédit : Jorissen

## 3.4 Diagrammes couleur-couleur, rougissement interstellaire et extinction

### 3.4.1 Perspective historique

Jusqu'ici, nous avons supposé que les indices de couleur observés sont intrinsèques aux étoiles. Cependant, le milieu interstellaire est rempli de grains de poussières qui absorbent et diffusent la lumière stellaire, et qui rougissent la lumière des étoiles. C'est ce phénomène de rougissement interstellaire.

Dans l'Univers de Kaypten, la raison principale pour laquelle le Soleil était placé au centre était que la Voie Lactée semble relativement symétrique autour de nous. Le soleil est en réalité sur le bord, mais une source d'extinction nous masque (dans le visible) des pans entiers de la Galaxie. La preuve de l'extinction interstellaire fut fournie par Trumpler (1930) qui étudia les *amas ouverts*. Si on suppose que les amas ouverts ont statistiquement la même taille, on peut estimer leur distance de leur taille angulaire. Trumpler constata que les étoiles des amas ouverts les plus distants apparaissaient moins lumineuses que ce que la loi de décroissance du flux en l'inverse du carré de la distance aurait produit. Une source d'extinction interstellaire est donc présente. Le milieu interstellaire est constitué de gaz et de particules de poussières ; ce sont ces dernières qui sont responsables de l'extinction.

#### La taille des grains de la poussière interstellaire

Des observations de diffusion dans l'UV, de diffusion de lumière visible, et de polarisation de rayonnement stellaire<sup>a</sup> indiquent que la population des grains interstellaires doit avoir une large distribution, depuis  $a = 0.01\mu\text{m}$  jusqu'à  $a = 0.2\mu\text{m}$ . En fait, certaines observations d'émission infrarouge à 3 et 12  $\mu\text{m}$  requièrent des grains d'une cinquantaine d'atomes, donc  $a = 3.5\text{\AA}$ .

<sup>a</sup>. Cf B. T. Draine, *Physics of the Interstellar and Intergalactic Medium*, Princeton University Press

#### L'origine des grains de poussière

On observe que les enveloppes d'étoiles froides contiennent de la poussière. Ces étoiles évoluées, de masse comprise entre 1 et 8  $M_{\odot}$ , sont capables de produire elle-même du carbone et de l'amener en surface (lors de la phase AGB, *Asymptotic Giant Branch*). La poussière qui se forme dans leur enveloppe est ensuite éjectée avec le gaz, via un mécanisme complexe com-

binant pulsation et pression de radiation sur les grains. Pour rendre compte de toute la poussière, il faut également invoquer les supernovae (produites par les étoiles massives,  $M > 10M_{\odot}$ ). Par exemple, le rémanent de la supernova Cas A contient 2 à 4  $M_{\odot}$  de poussière, ce qui est environ 100 fois la quantité de poussière présente dans l'ISM<sup>a</sup> (sans supernova) sur la zone considérée. Ceci implique que de la poussière s'est formée lors de l'explosion de la supernova.

a. InterStellar Medium, milieu interstellaire

**Les amas ouverts** Un amas ouvert est un amas d'étoiles faiblement liées gravitationnellement, comptant de quelques dizaines à quelques milliers d'étoiles, formées à partir du même nuage moléculaire, et qui ont donc approximativement le même âge et la même métallicité. Ces amas se dissipent (suite à des interactions avec d'autres amas ou avec le gaz du disque galactique) en quelques millions à quelques milliard d'années. Les Pléiades ou les Hyades sont des amas ouverts dont les étoiles les plus brillantes sont visibles à l'oeil nu.

Dès 1920, en comparant le nombre d'étoiles observées dans une direction donnée en fonction de la distance  $r$ , au nombre prédit sur base d'une distribution homogène, il fut établi que les nébuleuses obscures absorbent la lumière des étoiles.

En effet, supposons pour simplifier une distribution homogène d'étoiles de densité volumique  $g_0$ . Dans ces conditions, le nombre  $dN$  d'étoiles dans un segment de cône d'ouverture  $d\omega$  autour de la direction caractérisée par les coordonnées polaires galactiques  $(l, b)$  et d'épaisseur  $dr$  située à la distance  $r$  de l'observateur s'exprime par

$$dN(r, r + dr) = g_0 r^2 dr d\omega \quad (3.45)$$

Puisque d'après l'Eq. 3.7 :

$$M_V = V + 5 - 5 \log r \quad (3.46)$$

$$\log r = 0.2(V + 5 - M_V) \quad (3.47)$$

$$\text{donc } r = 10^{0.2(V+5-M_V)} \quad (3.48)$$

Supposons que  $M_V$  soit le même pour toutes les étoiles ; on a alors :

$$dV/dr = \frac{5}{r \ln(10)} \quad (3.49)$$

Donc

$$dN(V, V + dV) = g_0 (10^{3 \times 0.2(V+5-M_V)}) \frac{\ln(10)}{5} dV d\omega \quad (3.50)$$

$$\log \frac{dN(V, V + dV)}{dV d\omega} = 0.6V + \text{constante.} \quad (3.51)$$

Donc le nombre  $dN/dV d\omega$  d'étoiles dont la magnitude est située dans la gamme  $(V, V + dV)$  varie comme  $0.6V$ . Ce comportement est particulièrement bien visible sur la Fig. 3.14, qui présente le nombre d'étoiles par bins de 0.5 magnitude dans les catalogues Hipparcos et Tycho.

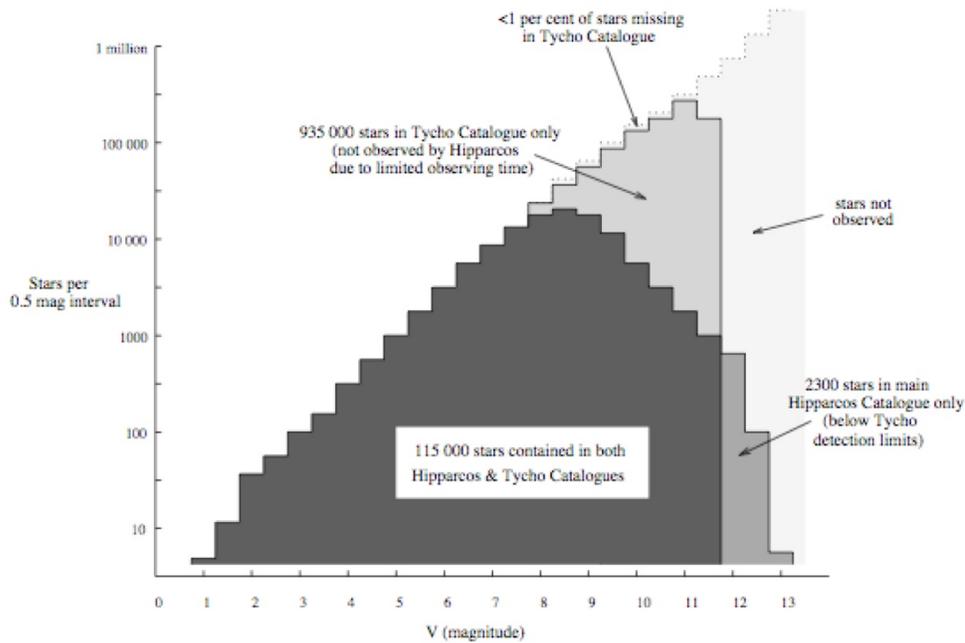


FIGURE 3.14 – Nombre d'étoiles dans les catalogues Hipparcos et Tycho en fonction de la magnitude apparente. On constate que la pente 0.6 est bien marquée, jusqu'à la limite de complétude des catalogues. Le nombre d'étoiles par bins diminue alors sensiblement.

Bien que cela ne soit pas encore clairement visible sur la Fig. 3.14, le nombre d'étoiles par bin de magnitude va finir par s'écarter de la droite de pente 0.6 par suite de la présence de l'extinction interstellaire.

**Coordonnées galactiques :**

Le disque galactique définit le plan galactique, qu'on utilise comme plan équatorial des coordonnées galactiques  $(\ell, b)$  qui sont héliocentriques.

- La latitude  $b$  d'un objet est la distance angulaire au plan galactique, comptée positivement vers le Nord galactique.
- La longitude  $\ell$  est mesurée à partir de la direction du centre galactique (physiquement désigné par la source radio Sagittarius A\*), positivement vers l'Est :  $\ell = 0^\circ, b = 0^\circ$ .

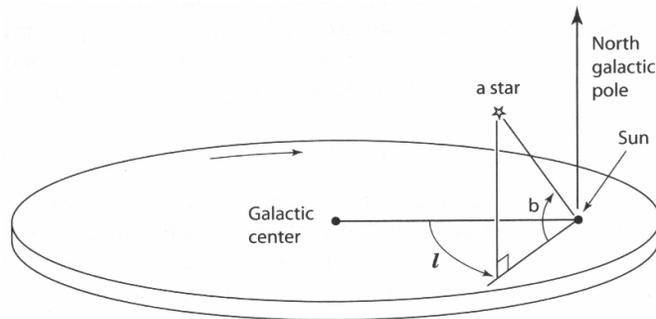


FIGURE 3.15 – Coordonnées galactiques  $(\ell, b)$  et sens de rotation de la Galaxie (flèche). Crédit : P. North, ASTROPHYSIQUE III : Dynamique stellaire et galactique.

### 3.4.2 Extinction et rougissement

Les molécules et les poussières interstellaires sont responsables de l'extinction du rayonnement stellaire venant de l'arrière plan et qui traverse le nuage interstellaire, l'extinction étant la somme de l'absorption et de la diffusion ('scattering') du rayonnement, comme présenté à la Fig. 3.16. Un exemple célèbre de nuage interstellaire est le "Sac de charbon" visible à proximité de la constellation de la Croix du Sud (Fig. 3.18 et 3.19).

Les grains de poussière d'au moins 100nm produisent de la diffusion de Mie, qui possède une faible dépendance en la longueur d'onde ( $\lambda^{-1}$ ). Les particules plus petites produisent de la diffusion Rayleigh ( $\lambda^{-4}$ ).

En présence d'extinction interstellaire, l'Eq. 3.6 ou 3.46 inclut un terme d'ex-

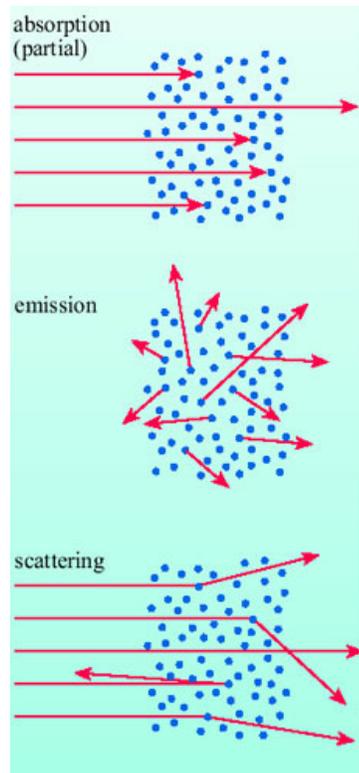


FIGURE 3.16 – Absorption, diffusion et émission de rayonnement. Crédit : <http://www.open.edu/openlearn/science-maths-technology/science/physics-and-astronomy/comparing-stars/content-section-2.3>

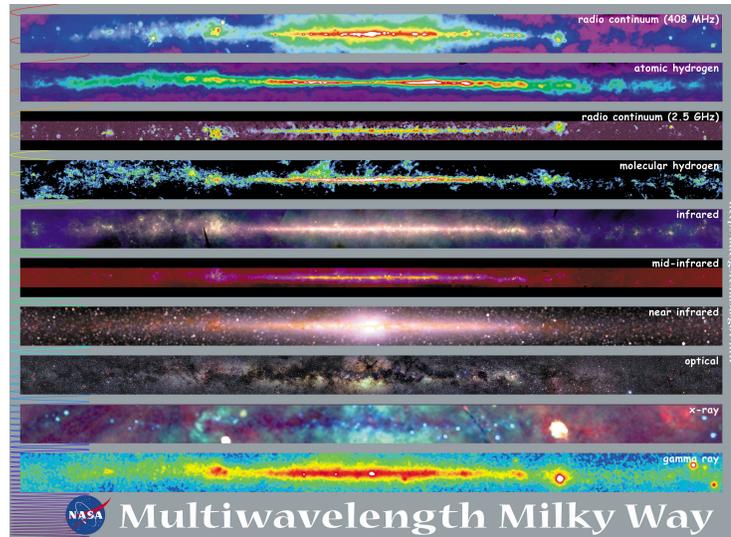


FIGURE 3.17 – Notre Galaxie, dans différents domaines de longueur d’onde (Crédit : NASA).



FIGURE 3.18 – 2 VLT de l’ESO à l’Observatoire de Paranal (Chili). On remarque la Voie Lactée, le Petit Nuage de Magellan et le grand Nuage de Magellan (entre les 2 télescopes), ainsi que la nébuleuse du sac de charbon, au dessus du télescope de gauche. Crédit : ESO/Y. Beletsky



FIGURE 3.19 – La nébuleuse du Sac de charbon visible dans la Voie Lactée australe. Crédit : ESO (Wide Field Imager sur le MPG/ESO 2.2-metre telescope)

l'extinction  $A_\lambda$  ou  $A_V(r)$  :

$$m = M + 5 \log_{10} r - 5 + A_\lambda \quad (3.52)$$

$$M_V = V + 5 - 5 \log r - A_V(r) \quad (3.53)$$

avec  $A_V > 0$ , pour compenser le fait que la magnitude  $V$  observée est rendue plus faible ( $V$  plus grand) par l'extinction interstellaire.

Un ordre de grandeur, pour les étoiles du plan galactique et en bande visible, est :

$$A_V \approx 1.5 d \quad (3.54)$$

où  $d$  est la distance étoile-Soleil exprimée en kpc, donc l'extinction dans la bande  $V$  dans le plan galactique est d'environ 1.5 magnitude par kpc.

En réalité l'extinction évolue par sauts successifs, correspondant à la présence de nuages absorbants.

Les grains absorbent essentiellement dans l'UV (le champ de rayonnement est dominé par les étoiles chaudes de température effective  $\sim 10\,000\text{K}$ ) et émettent principalement dans l'IR lointain (les grains ont une très faible température). Les grains vont donc causer un rougissement de la lumière des étoiles (Fig. 3.17 et 3.20).

A cause de ce phénomène de rougissement, la température d'une étoile ne peut être déterminée univoquement à partir d'un seul indice de couleur : au moins deux

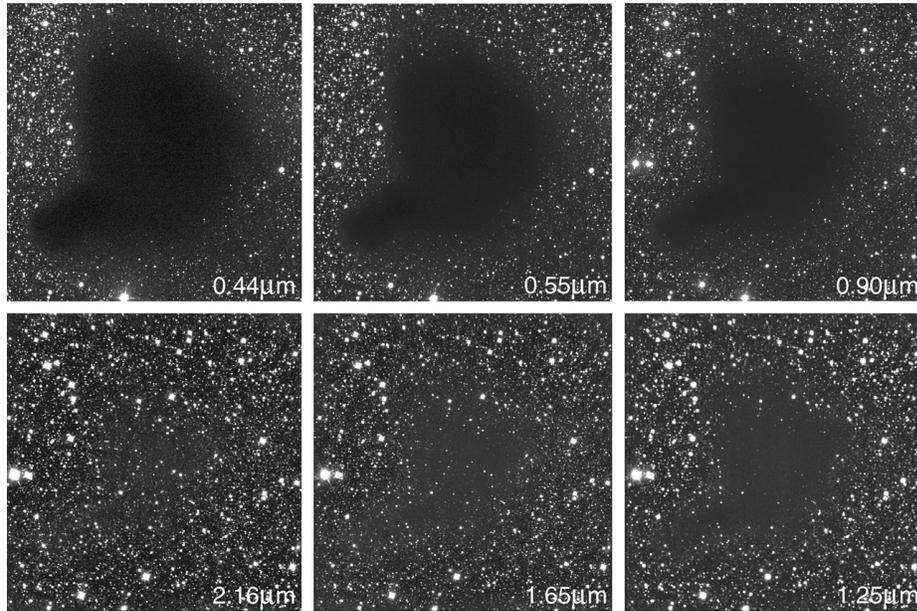


FIGURE 3.20 – Le nuage sombre Barnard 68 est situé dans la constellation d’Ophiuchus, et se projette devant le Bulbe galactique. Cette image présente 6 photographies prises avec des filtres  $B, V, I, J, H, K$  caractérisés par 6 longueurs d’onde effectives croissantes (dans le sens des aiguilles d’une montre). Au centre du nuage, la lumière visible ( $B, V$ ) des étoiles du fond est complètement absorbée par des particules de poussière interstellaire. L’absence complète d’étoiles de premier plan projetées sur le nuage provient du fait que ce nuage est très proche (125 pc) du système solaire. Le rayon extérieur du nuage est comparable au rayon interne du Nuage de Oort, réservoir de comètes du système solaire ( $\approx 10^4$  UA). La masse du nuage est d’environ  $2 M_{\odot}$ . L’extinction diminue spectaculairement aux grandes longueurs d’onde. (Crédit : ESO : FORS1 : VLT-ANTU ; SOFI : NTT, voir aussi Nature 409, 159-161, 2001 <http://www.nature.com/nature/journal/v409/n6817/full/409159a0.html>).

### 3.4. DIAGRAMMES COULEUR-COULEUR, ROUGISSEMENT INTERSTELLAIRE ET EXTINCTION 79

indices de couleur (construits à partir de magnitudes mesurées dans au moins trois bandes photométriques différentes) sont nécessaires afin de déterminer simultanément la température d'une étoile et le rougissement interstellaire sur sa ligne de visée.

On définit l'*excès de couleur* (cf Fig. 3.21) :

$$E_{B-V} = (B - V)_{\text{observé}} - (B - V)_{\text{intrinsèque}} \quad (3.55)$$

$$= A_B - A_V \quad (3.56)$$

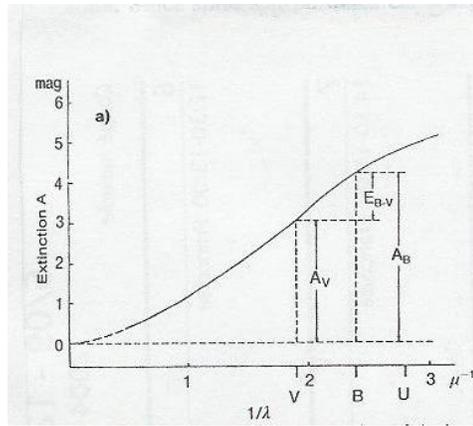


FIGURE 3.21 – Excès de couleur  $E_{B-V} = A_B - A_V$  (Crédit : Jorissen).

Un ordre de grandeur valable dans le plan galactique est :

$$E_{B-V} \approx 0.5 d \quad (3.57)$$

Comme  $A_V$  et  $E(B-V)$  dépendent linéairement de la distance  $d$ , leur rapport  $A_V/E(B-V)$  est indépendant de  $d$  et est une mesure de l'extinction interstellaire en fonction de la longueur d'onde. On note :

$$R_V = \frac{A_V}{E_{B-V}} = \frac{A_V}{A_B - A_V} \quad (3.58)$$

On a approximativement

$$R_V \approx 3.1 \quad (3.59)$$

Si la taille des grains de poussière était beaucoup plus grands que la longueur d'onde, on tomberait dans le régime de l'optique géométrique, et l'extinction serait indépendante de la longueur d'onde ( $R_V \rightarrow \infty$ ).

Puisqu'un grain absorbe et diffuse la lumière le plus efficacement aux longueurs d'onde comparables à sa taille, la « courbe d'extinction » contient des informations quant à la taille des grains.

La Fig. 3.22 représente cette loi d'extinction ( $A_\lambda/A_V \approx A_\lambda/E(B - V) = f(\lambda)$ ) telle qu'observée dans différents environnements, tandis que la Fig. 3.23 indique les différents composants responsables des comportements observés dans la courbe, des plus petites aux plus grandes entités.

Pour la Galaxie, on remarque que :

- la loi d'extinction possède un continu variant régulièrement en puissance de  $\lambda$  (environ en  $\lambda^{-1}$ , ce qui est une dépendance bien plus faible que la pente en  $\lambda^{-4}$  attendue de la diffusion Rayleigh par des molécules). La pente dépend de la distribution des tailles des particules diffusantes.
- un continu causé par des molécules d'hydrocarbures polycycliques aromatisés (Polycyclic aromatic hydrocarbons – PAHs ; de taille comprise entre 0.4 et 1.2 nm )
- une "résonance" à  $2175\text{\AA}$  ( $4.5\mu\text{m}^{-1}$ ), qui est attribuée à une fluorescence de résonance (voir Sect. 3.5.1) par des petits grains de graphite astrophysique (entre 1 et 15 nm, probablement du carbone amorphe).
- une large absorption se trouvant à  $\sim 10\mu\text{m}$ , et provenant de différents types de gros grains (entre 15 et 110 nm) de silicates recouverts d'une couche réfractaire diélectrique et de SiC.

#### **Les hydrocarbures aromatiques polycycliques (HAP) ou Polycyclic Aromatic Hydrocarbons (PAHs)**

Les spectres IR de galaxies spirales montrent des émissions caractéristiques à 3.3, 6.2, 7.7, 8.6, 11.3 et  $12.7\mu\text{m}$  qui sont attribuées à des transitions vibrationnelles dans les molécules HAP. Les HAP sont des structures planes composées d'hexagones de carbone (structure du benzène, qui est un hydrocarbure aromatique monocyclique) avec des atomes d'hydrogène à la périphérie (ou d'autres radicaux, OH ou CN). 10 à 15% du carbone interstellaire se trouverait sous forme de HAP.

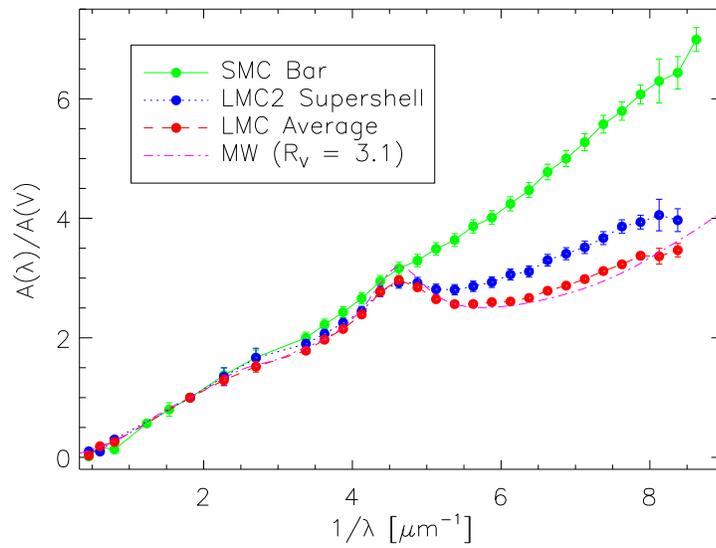


FIGURE 3.22 – Courbes d’extinction moyenne par la poussière interstellaire (en fonction de  $1/\lambda$ , afin d’accentuer l’UV) dans la Voie Lactée (MW) et des champs du petit (SMC) et grand (LMC) Nuage de Magellan (Crédit : Gordon et al., 2003, ApJ 594, 279).

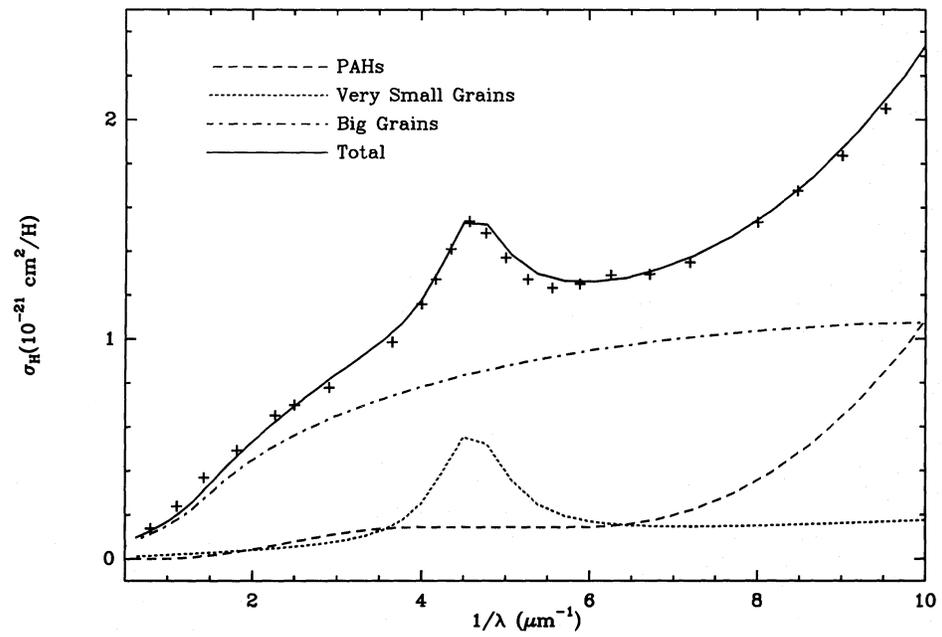


FIGURE 3.23 – Contributions respectives des différents types de grains à l’extinction interstellaire, exprimée en termes de leur section efficace  $\sigma$ , par atome d’hydrogène. Crédit : Désert et al., 1990, A&A 237, 215

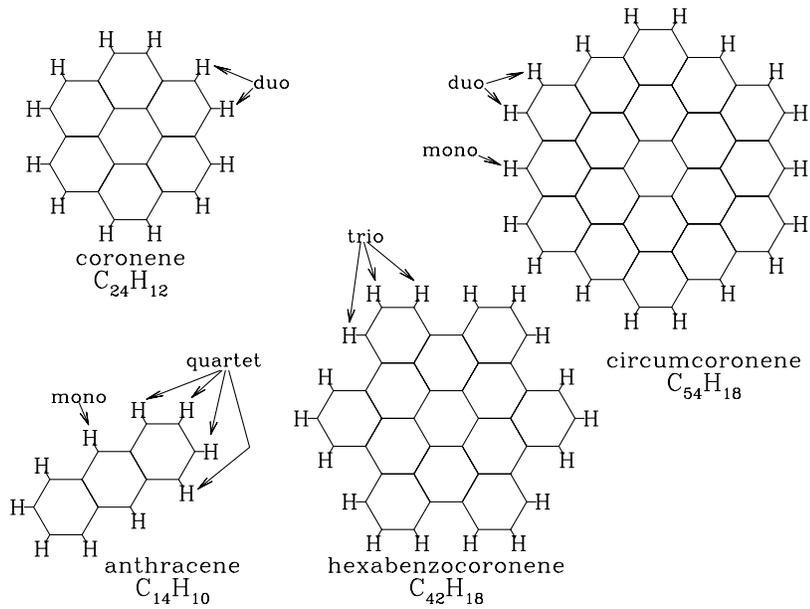


FIGURE 3.24 – Les HAP sont des molécules constituées d’atomes de carbone et d’hydrogène mais dont la structure comprend au moins deux cycles aromatiques condensés. Le nombre de HAP susceptibles d’être rencontrés est sans limite : il n’y a pas de limite au nombre de noyaux accolés. Cette figure représente la structure plane stylisée de quelques HAPsbenzénoides. (Crédit : Draine)

La Fig. 3.25 présente la courbe  $A_\lambda/A_V = f(\lambda)$  pour diverses bandes photométriques.

Plusieurs paramétrisations très utiles de la courbe d'extinction de la Voie Lactée ont été fournies (Cardelli et al., 1989, ApJ 345, 245, Fitzpatrick (1999, PASP 111, 63). En particulier :

$$f(\lambda) = 0.72\left(\frac{1}{\lambda} - 1.83\right) + 1. \quad (3.60)$$

avec  $\lambda$  en microns.

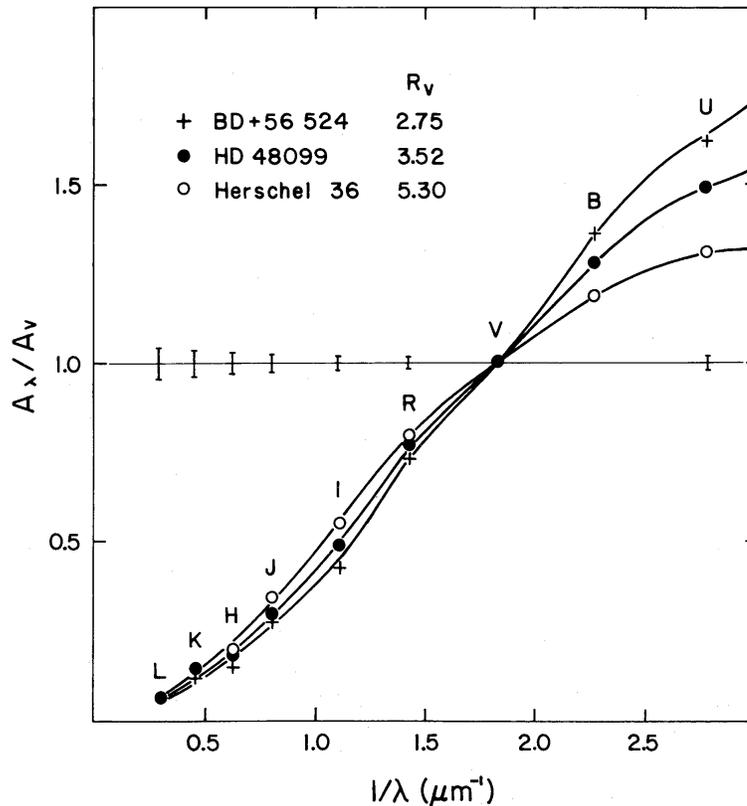


FIGURE 3.25 – Courbe  $A_\lambda/A_V = f(\lambda)$  pour les diverses bandes photométriques U, B, V, R, I, J, H, K, L (Cardelli et al., 1989, ApJ 345, 245).

Cette figure et cette relation permettent de calculer le « vecteur de rougissement » d'un diagramme couleur-couleur. Ainsi par exemple, l'indice intrinsèque  $(B - V)_0$  d'une étoile affectée d'une extinction  $A_V$  dans la bande V sera augmenté de

la quantité :

$$E_{B-V} = A_B - A_V = A_V \left( \frac{A_B}{A_V} - 1 \right) \quad (3.61)$$

pour donner lieu à la valeur effectivement observée, tandis que l'indice intrinsèque  $(U - B)_0$  sera augmenté de la quantité :

$$E_{U-B} = A_U - A_B = A_V \left( \frac{A_U}{A_V} - \frac{A_B}{A_V} \right). \quad (3.62)$$

Le rapport :

$$\frac{E_{U-B}}{E_{B-V}} = \left( \frac{1}{\lambda_U} - \frac{1}{\lambda_B} \right) / \left( \frac{1}{\lambda_V} - 1.83 \right) = 1.14 \quad (3.63)$$

peut facilement être évalué à partir de la Fig. 3.25 et de l'Eq. 3.60, sachant en outre que les longueurs d'onde effectives des filtres  $U$  et  $B$  valent respectivement 0.36 et 0.44  $\mu\text{m}$ .

Par conséquent, dans le diagramme  $(U - B, B - V)$ , les étoiles de même type, caractérisé par les valeurs  $(U - B)_0, (B - V)_0$  données à la Tab. 3.2 et illustrées à la Fig. 3.12, se répartissent le long d'une droite de pente  $E_{U-B}/E_{B-V}$ . Cela est particulièrement frappant sur la Fig. 3.26, où les valeurs intrinsèques  $(U - B)_0, (B - V)_0$  correspondent à la courbe en forme de « S » sur le flanc gauche du nuage de points, et les étoiles « coulent » le long des segments inclinés vers le bas à droite d'une longueur d'autant plus grande que leur extinction  $A_V$  est forte. On se convainc en outre aisément que la quantité

$$(U - B) - 1.14(B - V) = (U - B)_0 - 1.14(B - V)_0 \quad (3.64)$$

est indépendante du rougissement.

Enfin, l'Eq. 3.60 permet de retrouver la valeur de  $R_V$ . En effet,

$$R_V = A_V / E_{B-V} \quad (3.65)$$

$$= \frac{A_V}{A_B - A_V} \quad (3.66)$$

$$= \left[ \frac{A_B}{A_V} - 1 \right]^{-1} \quad (3.67)$$

$$= \left[ 0.72 \left( \frac{1}{\lambda_B} - 1.83 \right) \right]^{-1} \quad (3.68)$$

$$= 3.13 \quad (3.69)$$

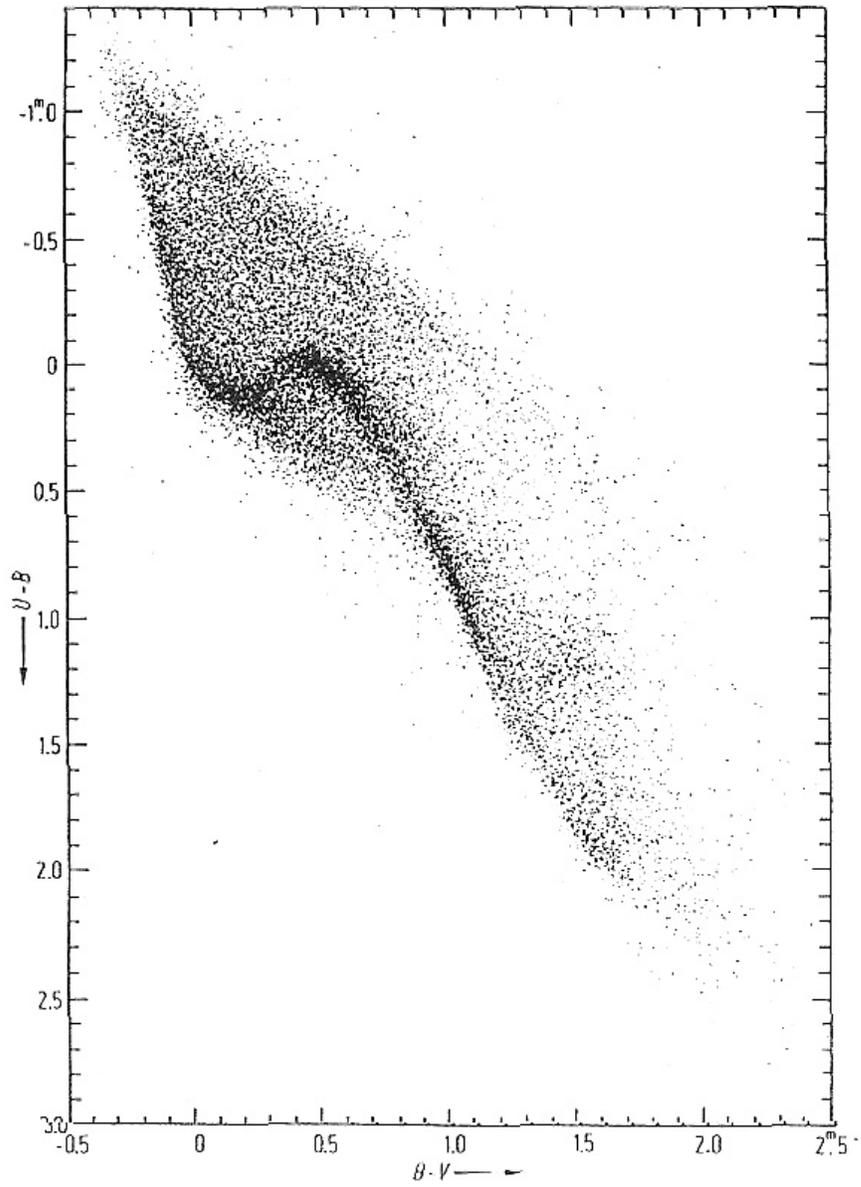


Fig. 1. *UBV* color-color diagram of 24000 stars: [5].

FIGURE 3.26 – Le diagramme (U-B, B-V) mettant en évidence le rougissement subi par chaque étoile, la déplaçant sur une droite de pente 1.14. Crédit : Rufener, Catalogue photométrique de l'Observatoire de Genève.

### 3.4.3 Extinction interstellaire et nombre de grains le long de la ligne de visée

L'extinction (mesurée en magnitude) est définie par :

$$\frac{A_\lambda}{\text{mag}} = 2.5 \log_{10} \frac{F_{0,\lambda}}{F_\lambda} \quad (3.70)$$

où  $F_\lambda$  est le flux observé, et  $F_{0,\lambda}$  le flux qui aurait été observé si la seule atténuation provenait de la loi en l'inverse du carré de la distance. Cette extinction doit être proportionnelle à la profondeur optique :

$$\frac{A_\lambda}{\text{mag}} = 2.5 \log_{10}(e^{\tau_\lambda}) = 1.086 \tau_\lambda \quad (3.71)$$

Par simplicité, considérons des grains de poussière sphériques, de rayon  $a$ , et de section efficace pour l'extinction (absorption + diffusion)  $\sigma$ .

On définit l'*efficacité de l'extinction*  $Q_\lambda$  comme le rapport entre la section efficace et la section géométrique du grain :

$$\sigma_\lambda = Q_\lambda \pi a^2 \quad (3.72)$$

Si les grains possèdent une densité volumique  $n$  le long de la ligne de visée, le coefficient d'absorption par unité de volume s'écrit :

$$\kappa_\lambda = n \sigma_\lambda \quad (3.73)$$

et la profondeur optique par unité de surface sur la distance  $s$  s'exprime par :

$$\tau_\lambda = \int_0^s n \sigma_\lambda ds \quad (3.74)$$

$$= \sigma_\lambda \int_0^s n ds \quad (3.75)$$

$$= \sigma_\lambda N \quad (3.76)$$

où  $N$  est la densité de colonne des grains (grains par unité de surface) sur la ligne de visée.

L'Eq. 3.71 donne alors :

$$A_\lambda = 1.086 Q_\lambda \pi a^2 N \quad (3.77)$$

On constate en particulier que l'extinction  $A_\lambda$  est directement proportionnelle à la densité de colonne des grains sur la ligne de visée, et que sa dépendance en la longueur d'onde est identique à celle de  $Q_\lambda$ . Comme  $A_\lambda$  est grosso modo proportionnel à  $1/\lambda$  (Fig. 3.25), ainsi en va-t-il de l'efficacité de l'extinction  $Q_\lambda$ .

### 3.5 La diffusion

La diffusion peut changer la direction de propagation d'un photon, mais peut également changer son énergie.

La distinction entre absorption-ré-émission et diffusion est parfois ténue. La diffusion implique que l'absorption-ré-émission se produise sur un court laps de temps, pendant lequel aucun autre processus (par exemple : collision avec des particules) ne peut se produire et capturer partie de l'énergie du photon incident.

La fonction de phase de la diffusion est définie comme :

$$g = \langle \cos \theta \rangle \quad (3.78)$$

$$= \frac{\int_0^\pi I(\theta) \cos(\theta) d\Omega}{\int_0^\pi I(\theta) d\Omega} \quad (3.79)$$

$g = -1, 0$  ou  $1$  correspondent à la diffusion en arrière, isotrope, ou en avant. La *réflexion* est un cas particulier de diffusion en arrière.

On distingue la diffusion :

- avec un électron libre : diffusion Thomson
- $\lambda \geq a$  : avec un atome ou une molécule (plus précisément :  $\lambda$  bien supérieur aux longueurs d'onde de résonance d'un électron lié de l'atome ou de la molécule considérés) : diffusion Rayleigh.  
C'est une diffusion élastique et cohérente : le rayonnement émis possède la même énergie  $E = hc/\lambda$  que le rayonnement incident (en analogie avec les collisions en cinématique), et la même phase ;
- $\lambda \leq a$  : avec de la poussière : diffusion de Mie (ou Lorenz-Mie-Debye)

#### 3.5.1 Diffusion élastique

La diffusion est élastique si l'énergie du photon incident est bien inférieure à l'énergie de l'électron (dans le cas contraire, de l'énergie serait transférée à l'électron, cf section suivante).

#### Diffusion par des électrons libres = diffusion Thomson

La diffusion Thomson se produit dès qu'on a des électrons libres, donc du gaz ionisé ; elle est par conséquent très courante en astrophysique (des intérieurs stellaires au milieu intergalactique).

Si l'énergie de repos de l'électron libre est bien supérieure à l'énergie du photon :

$$E_{\text{ph}} \ll m_e c^2 = 8.2 \times 10^{-7} \text{erg} = 0.51 \text{MeV} \quad (3.80)$$

Comme cette énergie est dans le domaine des photons  $\gamma$  (Tab. 9.1), la diffusion Thomson se produit pour tous les photons jusqu'aux rayons X.

Classiquement, lorsqu'un champ électromagnétique interagit avec un électron, l'électron oscille sous l'action de la force de Lorentz  $\vec{F} = e\vec{E}$ . Une oscillation est un mouvement accéléré et toute charge accélérée rayonne, c'est le rayonnement dipolaire électrique<sup>6</sup>.

La probabilité qu'un photon interagisse avec un électron est déterminée par la section efficace Thomson<sup>7</sup> :

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_0^2 = \frac{8\pi e^4}{3m_e^2 c^4} \quad (3.81)$$

$$= 6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2 \quad (3.82)$$

où  $r_0$  est le rayon classique de l'électron :

$$r_0 = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2.82 \times 10^{-13} \text{ cm} \quad (3.83)$$

NB : en S.I. :

$$r_0 = \frac{e^2}{(4\pi\epsilon_0)m_e c^2} \quad (3.84)$$

Cette section efficace est grise (indépendante de la longueur d'onde). Cette équation s'appliquerait aussi à la diffusion par des protons libres en remplaçant  $m_e$  par  $m_p$ , mais la section efficace est alors plus petite d'un facteur  $(m_e/m_p)^2 = (1835)^{-2} \approx 10^{-7}$ . La diffusion par les protons libres est donc négligeable.

Si le rayonnement incident est non polarisé, composé d'ondes planes de vecteur  $\vec{E}$  orientés aléatoirement dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation, alors, dans la direction perpendiculaire à la propagation, le rayonnement diffusé sera polarisé.

### Diffusion par des électrons liés : le modèle classique de l'oscillateur harmonique amorti

- En réponse à une perturbation, l'électron lié se comporte comme un oscillateur classique amorti, de fréquence propre  $\nu_0 = \omega_0/2\pi$ . La constante d'amortissement

6. Remarque : le champ magnétique du rayonnement exerce également la force  $\vec{F}_B = e\frac{\vec{v} \wedge \vec{E}}{c}$ . Cependant, pour un champ électromagnétique,  $|\vec{E}| = |\vec{B}|$ . Pour que les oscillations dues au champ magnétique aient la même amplitude que celles dues au champ électrique, la vitesse de l'électron devrait être celle de la lumière. Les oscillations dues au champ magnétique sont par conséquent négligeables dans la diffusion Thomson

7. Démonstration : voir par exemple Panofsky and Phillips, 1962, 22.2–22.4 ; Rybicki and Lightman, 3.4–3.6

classique est :

$$\gamma_{cl} = \omega_0^2 \tau_e = 4\pi^2 \nu_0^2 \tau_e \quad (3.85)$$

où  $\tau_e$  est, à un facteur près, le temps que met la lumière pour parcourir le rayon classique de l'électron,  $r_0$ .

$$\tau_e \stackrel{def}{=} \frac{2e^2}{3m_e c^3} = 6.3 \times 10^{-24} \text{ s} \quad (3.86)$$

$$\approx \frac{r_0}{c} \quad (3.87)$$

Donc

$$\gamma_{cl} = \frac{8\pi^2 e^2 \nu_0^2}{3m_e c^3} \quad (3.88)$$

Par exemple, la fréquence (domaine visible)  $\nu_0 = 6 \times 10^{14}$  Hz produirait des oscillations de temps caractéristique d'amortissement  $\tau_{\text{damping}} \approx 10$  ns. Ceci est beaucoup plus long que la période des oscillations  $T_0 = 1/\nu_0 \approx 10^{-15}$  s. Donc il y aura beaucoup d'oscillations avant que l'énergie de la perturbation ne soit dissipée.

L'oscillateur classique amorti est d'ailleurs le modèle classique pour l'émission spontanée.

- Supposons maintenant qu'on n'ait plus une perturbation unique, mais une onde électromagnétique : l'électron est soumis à une force périodique. Le modèle classique le plus simple pour traiter l'interaction de la lumière avec un atome est celui d'une onde électromagnétique plane qui interagit avec un dipôle. L'onde est alors atténuée (les photons sont absorbés). L'absorption et la dispersion peuvent être expliquées, en mécanique classique, par des oscillations à la fois forcées et amorties d'oscillateurs harmoniques plongés dans un champ électromagnétique. Considérons une onde électromagnétique qui se propage dans la direction  $z$  en interagissant avec un dipôle (atome<sup>8</sup> + électron, qui peut être vu comme un oscillateur oscillant dans la direction  $x$ ), et qui représentent les atomes du gaz.

La section efficace de diffusion résultante est :

$$\sigma_s(\omega) = \sigma_T \frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (\omega_0^3 \tau_e)^2} \quad (3.89)$$

où  $\omega = 2\pi\nu$  est la pulsation de la perturbation.

On distingue 3 cas selon que la pulsation de la perturbation (rayonnement incident) est supérieure, égale ou inférieure à la pulsation propre du système :

---

8. *atome* signifie ici l'atome moins l'électron oscillant, alors qu'en réalité l'électron fait partie de l'atome

$\omega \gg \omega_0$  : On retrouve le cas de la diffusion Thomson (sur des électrons libres) :

$$\sigma_s(\omega) = \sigma_T \quad (3.90)$$

En effet, la période naturelle des oscillations ( $T_0 = 1/(2\pi\omega_0)$ ) est beaucoup plus grande que la période des oscillations forcées par le rayonnement incident : dans ce cas, l'électron se comporte comme s'il était libre.

$\omega \approx \omega_0$  : Dans ce cas,  $(\omega^2 - \omega_0^2) = (\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0) \approx 2\omega_0(\omega - \omega_0)$

$$\sigma_s(\omega) = \sigma_T \frac{\omega^4}{4\omega_0^2(\omega - \omega_0)^2 + (\omega_0^3\tau_e)^2} \quad (3.91)$$

$$= \sigma_T \frac{\omega_0^2}{4(\omega - \omega_0)^2 + (\omega_0^2\tau_e)^2} \quad (3.92)$$

$$= \frac{\sigma_T}{2\tau_e} \frac{\omega_0^2\tau_e/2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\omega_0^2\tau_e/2)^2} \quad (3.93)$$

$$= \frac{\sigma_T}{2\tau_e} \frac{\gamma_{cl}/2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma_{cl}/2)^2} \quad (3.94)$$

Cette *diffusion résonante* possède un pic de résonance à  $\omega_0$  et la section efficace de diffusion est alors maximale. C'est la *fluorescence de résonance* (à ne pas confondre avec la phosphorescence). Dans le cas de la fluorescence de résonance, l'absorption du photon incident est simultanée avec l'émission du photon diffusé, à la même énergie<sup>9</sup>.

Un exemple de diffusion résonnante est la raie Ly  $\alpha$ . La longueur d'onde de cette transition est 1220 Å, et la durée de vie de l'état haut est de seulement  $10^{-9}$ s. Comme cette durée est beaucoup plus courte que le temps moyen entre collisions dans la plupart des environnements interstellaires, le rayonnement UV incident est fortement diffusé par cette raie.

C'est une situation également rencontrée dans le milieu interstellaire pour la bosse dans la courbe d'absorption observée à 2175 Å (voir Fig. 3.23) et probablement causée par une fluorescence de résonance pour le graphite. Comme pour la diffusion Thomson, le signal résultant est polarisé.

9. Le photon émis peut avoir une énergie légèrement différente, à cause de la largeur naturelle des niveaux.

$\omega \ll \omega_0$  : Dans ce cas, le champ électromagnétique perturbateur apparaît gelé par rapport aux oscillations rapides de l'électron. Comme  $\omega_0^3 \tau_e = \omega_0 \gamma_{cl} \ll \omega_0^2$ , on a :

$$\sigma_s(\omega) = \sigma_T \frac{\omega^4}{\omega_0^4 + (\omega_0 \gamma_{cl})^2} \quad (3.95)$$

$$= \sigma_T \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^4 \quad (3.96)$$

$$= \sigma_T \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^4 \quad (3.97)$$

avec  $\lambda = cT = 2\pi c/\omega$ . C'est la diffusion *Rayleigh*.

Remarques complémentaires sur la diffusion Rayleigh :

- La diffusion Rayleigh est cohérente et sa distribution angulaire est la même que celle de la diffusion Thomson, c'est-à-dire symétrique.
- Il est fréquent de dire que le régime Rayleigh est valable lorsque la longueur d'onde du rayonnement incident est bien supérieur à la taille des particules diffusantes. En effet on peut relier la taille des particules à la longueur d'onde des transitions électroniques : cf le modèle de l'atome de Bohr, on demande qu'une orbite circulaire contienne un nombre entier de longueur d'onde :  $n\lambda = 2\pi r_n$ . Donc la condition  $\lambda \gg \lambda_{i,j}$  est équivalente à la condition  $\lambda \gg$  taille des particules diffusantes  $a$ , ou encore  $\alpha = 2\pi a/\lambda \ll 1$ .
- Comme il y a de nombreuses transitions  $\nu_{i,j}$  possibles dans un atome ou une molécule, il faudrait comparer chaque fois la longueur d'onde du rayonnement incident et la transition considérée. En réalité, il est possible d'identifier des ensembles de raies telles que  $\nu \ll \nu_{i,j}$  soit valable pour toutes. Un bon exemple concerne l'atmosphère terrestre dont les principaux constituants (par exemple  $N_2$  et  $O_2$ ) possèdent de grosses raies dans l'UV, alors que le rayonnement solaire possède son maximum dans le visible. La longueur d'onde de la lumière bleue est d'environ 470 nm. La taille des molécules d'azote et d'oxygène est d'environ 0.3 nm. La diffusion atmosphérique est donc parfaitement dans le régime de Rayleigh. Exemple : Le constituant majeur de l'atmosphère, la molécule  $N_2$ , possède une section efficace Rayleigh de  $\sigma_R = 5.1 \times 10^{-31} \text{ m}^2$  à la longueur d'onde  $\lambda = 532 \text{ nm}$  (rayonnement vert).
- Comme la diffusion Rayleigh possède une dépendance en  $\lambda^{-4}$ , la lumière bleue sera beaucoup plus diffusée que la lumière verte ; c'est pourquoi on voit de la lumière bleue venir de tout le ciel. Le violet est encore plus diffusé

que le bleu mais l'œil humain est moins sensible au violet qu'au bleu<sup>10</sup>.

- Moins intuitif, le ciel nocturne est également bleu. Et tout objet au-dessus de l'atmosphère terrestre observé à travers celle-ci sera atténué, et rougi par celle-ci.

### Diffusion par des électrons liés : résultats quantiques

Un atome quantique ne possède pas une seule fréquence de résonance mais de multiples transitions entre niveaux.  $\nu_0$  devient  $\nu_{i,j}$ , où  $i$  et  $j$  sont les niveaux bas et hauts. On prend en compte les différents niveaux en introduisant la *force d'oscillateur*  $f_{i,j}$ . Avec ce formalisme les 3 cas précédents deviennent :

$$\sigma_s = \sigma_T \quad \text{si } \nu \gg \nu_{i,j} \quad (3.98)$$

$$\sigma_s = \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{i,j} \phi_{\mathcal{L}}(\nu) \quad \text{si } \nu \approx \nu_{i,j} \quad (3.99)$$

$$\sigma_s = \sigma_T f_{i,j} \left( \frac{\nu}{\nu_{i,j}} \right)^4 \quad \text{si } \nu \ll \nu_{i,j} \quad (3.100)$$

où

$$\phi_{\mathcal{L}}(\nu) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma_{i,j}/4\pi}{(\nu - \nu_{i,j})^2 + (\gamma_{i,j}/4\pi)^2} \quad (3.101)$$

$$\gamma_{i,j} = \gamma_i + \gamma_j \quad (3.102)$$

$$\gamma_i = \sum_{k < i} A_{i,k} \quad (3.103)$$

$$\gamma_j = \sum_{k < j} A_{j,k} \quad (3.104)$$

où les  $A_{i,k}$  sont les coefficients d'Einstein, c'est à dire les taux de désexcitation spontanée entre les niveaux  $i$  et  $k$ .

Les Eq. 3.98 - 3.100 sont équivalentes au résultat classique, sauf en ce qui concerne la force d'oscillateur.

---

10. Léonard de Vinci, vers 1500, tenta d'expliquer la raison pour laquelle le ciel était bleu, en particulier suite à son observation de fumée d'un feu de bois, qui semblait bleue vue sur un fond noir (Ref : Jackson, J. D. Classical Electrodynamics, 3rd Ed., John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 1998)

### 3.5.2 Diffusion inélastique : diffusion Compton par des électrons libres

La diffusion inélastique se produit lorsque le photon diffusé a perdu une partie de son énergie. On ne considère ici que la diffusion Compton qui se produit lorsque le photon incident possède au moins autant d'énergie que l'énergie de masse de l'électron libre :

$$E_{\text{ph}} \geq m_e c^2 = 8.2 \times 10^{-7} \text{erg} = 0.51 \text{MeV} \quad (3.105)$$

La conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement mène à :

$$E'_{\text{ph}} = \frac{E_{\text{ph}}}{1 + \frac{E_{\text{ph}}}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (3.106)$$

où  $\theta$  est l'angle de diffusion (Fig. 3.27).

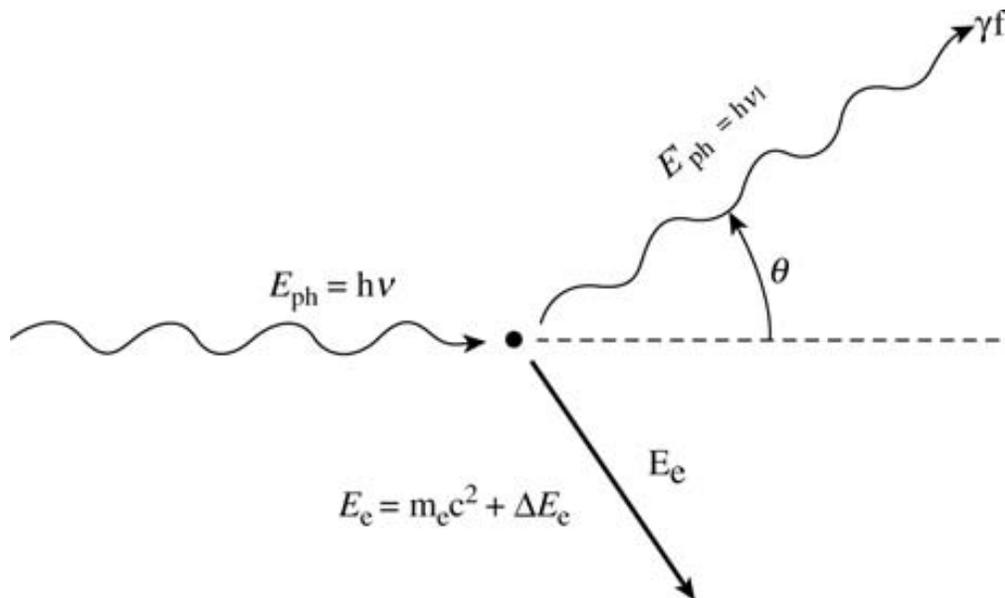


FIGURE 3.27 – Schéma de la diffusion Compton avec un électron initialement au repos. (Crédit : Irwin)

Pour des photons de faibles énergies, on retrouve la diffusion Thomson cohérente.

Pour des photons de grande énergie ( $E_{\text{ph}} \gg m_e c^2$ ) et de grands angles de diffusion ( $\cos \theta \approx 0$ ), on a  $E'_{\text{ph}} \approx m_e c^2$ , quelle que soit l'énergie du photon incident.

Le résultat net est un *cooling* du champ de rayonnement.

La section efficace n'est plus celle de la diffusion Thomson sur des électrons liés, mais celle de *Klein-Nishina*, (incluant des effets quantiques et relativistes), qui est plus petite. Par conséquent la diffusion devient de moins en moins efficace au fur et à mesure que l'énergie des photons augmente.

Comme la diffusion Compton se produit dans des régions avec des photons de haute énergie, il est possible que les électrons possèdent également de grandes énergies, et des vitesses relativistes. On ne peut plus supposer l'électron immobile : il faut appliquer la conservation de l'énergie et du moment cinétique au système photon + électron. Ceci ouvre la possibilité à un transfert d'énergie de l'électron vers le photon : c'est la *diffusion Compton inverse*.

Les conditions qui déterminent la manière dont l'énergie est transmise sont les suivantes :

$h\nu > 4kT_e$  : Effet Compton (énergie transférée aux électrons)

$h\nu = 4kT_e$  : Pas d'échange d'énergie

$h\nu < 4kT_e$  : Diffusion Compton inverse (énergie transférée aux photons)

où  $T_e$  est la température électronique.

### 3.5.3 Diffusion par la poussière

#### Efficacité de diffusion : définition

On considère en général simultanément la diffusion et l'absorption causées par la poussière, le tout se nommant l'*extinction*. Il en résulte un indice de réfraction complexe : c'est la *théorie de Mie*.

On définit, pour un grain de rayon  $a$ , à la longueur d'onde  $\lambda$  :

$Q_{(\text{ext,abs,diff})\lambda}$  : l'*efficacité* (d'extinction, d'absorption ou de diffusion)

$C_{(\text{ext,abs,diff})\lambda}$  : la section efficace (d'extinction, d'absorption ou de diffusion)

On a :

$$Q_{\text{ext},\lambda} = \frac{C_{\text{ext},\lambda}}{\pi a^2} \quad (3.107)$$

$$= Q_{\text{abs},\lambda} + Q_{\text{diff},\lambda} \quad (3.108)$$

$$= \frac{C_{\text{abs},\lambda}}{\pi a^2} + \frac{C_{\text{diff},\lambda}}{\pi a^2} \quad (3.109)$$

$$(3.110)$$

Donc  $Q_\lambda$  est le rapport entre la section efficace du grain et sa section géométrique.

### L'albedo

L'*albedo*<sup>a</sup> est la fraction de lumière incidente qui est diffusée (réfléchie) :

$$A_\lambda = \frac{Q_{\text{diff},\lambda}}{Q_{\text{ext},\lambda}} = \frac{C_{\text{diff},\lambda}}{C_{\text{ext},\lambda}} \quad (3.111)$$

L'albedo de la neige fraîche est de 0.9 et celui du charbon est de 0.04. Par définition un corps noir possède un albedo de zéro.

En météorologie, l'albedo est une grandeur fondamentale dans les modèles calculant l'équilibre radiatif de la Terre. L'albedo moyen de la Terre est de 30% mais varie fortement selon la région considérée et sa couverture nuageuse/neigeuse.

a. Dérivé du latin *albus* : blanc

### Indice de réfraction complexe

Le modèle classique le plus simple pour traiter l'interaction de la lumière avec un atome est celui d'une onde électromagnétique plane qui interagit avec un dipôle. L'onde est alors atténuée (les photons sont absorbés). L'absorption et la dispersion peuvent être expliquées, en mécanique classique, par des oscillations à la fois forcées et amorties d'oscillateurs harmoniques plongés dans un champ électromagnétique. Considérons une onde électromagnétique qui se propage dans la direction  $z$  en interagissant avec un dipôle (atome + électron, qui peut être vu comme un oscillateur oscillant dans la direction  $x$ ), et qui représentent les atomes du gaz.

- La solution des équations de Maxwell pour le vecteur champ électrique  $\vec{E}$  dans un milieu de permittivité  $\epsilon$  est :

$$E(z) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} = E_0 e^{i\omega(t - \frac{z}{v_\varphi})} \quad (3.112)$$

où la vitesse de phase complexe est donnée par :

$$v_\varphi = c \sqrt{\frac{\epsilon_0 \mu_0}{\epsilon \mu}} \quad (3.113)$$

où  $\epsilon$  est la constante diélectrique (complexe),  $\epsilon_0$  la permittivité du vide,  $\mu$  la perméabilité magnétique (complexe),  $\mu_0$  la perméabilité du vide. Si on s'intéresse à des gaz et que ceux-ci ont une perméabilité magnétique négligeable, on a  $\mu = \mu_0$ .

- L'indice de réfraction complexe  $m$ , qui dépend de la composition chimique, peut se décomposer comme :

$$m \equiv \frac{c}{v_\phi} = n - ik \quad (3.114)$$

où  $k$  est appelé *indice d'atténuation* ou *coefficient d'extinction*.  $n$  est l'indice de réfraction couramment utilisé en optique géométrique.

- Démontrons que l'indice d'atténuation  $k$  est relié au coefficient d'absorption  $\kappa$ .  
Montrons d'abord que l'intensité est proportionnelle à  $E_0^2$  : La densité d'énergie associée avec le champ électrique est donnée par  $u = \vec{E} \cdot \vec{D}/2 + \vec{H} \cdot \vec{B}/2$ . Comme  $|E_0| = |H_0|$  et  $\mu = \epsilon = 1$  (vide), on a <sup>11</sup> :  $u \sim E_0^2$ .

Du point de vue macroscopique, une onde plane monochromatique se propageant dans la direction  $\vec{n}$  définie par les angles  $\theta_0$  et  $\phi_0$  peut s'écrire :

$$I(\mu, \phi) = I_0 \delta(\theta - \theta_0) \delta(\phi - \phi_0) \quad (3.115)$$

En utilisant la densité d'énergie monochromatique (Eq. 1.8), on obtient  $u = I_0/c$ .

Par conséquent,  $I_0 \sim E_0^2$ .

- D'après l'Eq. 3.114, on peut écrire :

$$\frac{z}{v_\phi} = \frac{mz}{c} = \frac{nz}{c} - i \frac{kz}{c} \quad (3.116)$$

et donc le champ électrique s'écrit :

$$E(z) = E_0 e^{-\frac{\omega k}{c} z} e^{i\omega(t - \frac{nz}{c})} \quad (3.117)$$

Le seconde exponentielle, imaginaire, rend compte de la diffusion, c'est-à-dire de tout le rayonnement qui n'est pas absorbé. Cela comprend la diffusion, la diffraction ou du rayonnement qui traverserait le grain de part en part.

La première exponentielle, réelle, traduit la diminution (l'extinction) exponentielle de l'amplitude de l'onde.

11. le facteur numérique n'est pas indiqué car il dépend du système d'unité utilisé : cgs ou S.I.

Calculons l'atténuation du flux radiatif passant à travers une couche de matière d'épaisseur  $z$  :

$$|E(z)|^2 = E_0^2 e^{-\frac{2\omega k}{c} z} \quad (3.118)$$

Mais par ailleurs, l'équation de transfert (Eq. 1.64) en supposant nulle l'émission, ainsi que la définition de l'épaisseur optique (Eq. 1.66) permettent d'écrire :

$$I(z) = I_0 e^{-\int_0^z \chi ds} = I_0 e^{-\int_0^z \kappa ds} \quad (3.119)$$

- Comme  $I_0 \sim E_0^2$ , en identifiant les deux expressions 3.118 et 3.119 on a :

$$\frac{2\omega k}{c} = \kappa \quad (3.120)$$

Donc l'indice d'atténuation  $k$  est bien relié au coefficient d'absorption  $\kappa$ .

### Efficacité de diffusion : variation avec la longueur d'onde

On peut dès lors calculer l'efficacité de la diffusion ( $Q$ ) en fonction de la taille des grains ( $a$ ) et de la longueur d'onde ( $\lambda$ ). A. N. Mie (1908, Ann. Phys. 25, 377) a résolu les équations de Maxwell<sup>12</sup> pour la diffusion par une sphère uniforme de rayon  $a$  et d'indice de réfraction  $m(\lambda) = n(\lambda) - ik(\lambda)$ .

On utilise couramment la variable sans dimension  $x$  :

$$x = \frac{2\pi a}{\lambda} \quad (3.121)$$

La Fig. 3.28 illustre un comportement typique de  $Q(x)$  pour un grain faiblement absorbant.

- L'interaction la plus forte (maximum de la courbe) a lieu pour un grain dont la taille est similaire à la longueur d'onde ( $a/\lambda = 2/\pi$ ).

Si  $x \ll 1$  ou  $x \gg 1$  on trouve alors les formules asymptotiques de Mie :

- Si  $x \ll 1$  ou  $a \ll \lambda$  : on est à la limite de diffraction. L'extinction devient une fonction sensible de la longueur d'onde. Dans ce cas, les approximations suivantes sont valables :

$$Q_{\text{diff},\lambda} \approx \frac{8}{3} \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right)^4 \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 1} \right|^2 \quad (3.122)$$

12. Pour aller plus loin : H.C. van de Hulst, "Light Scattering from Small Particles"

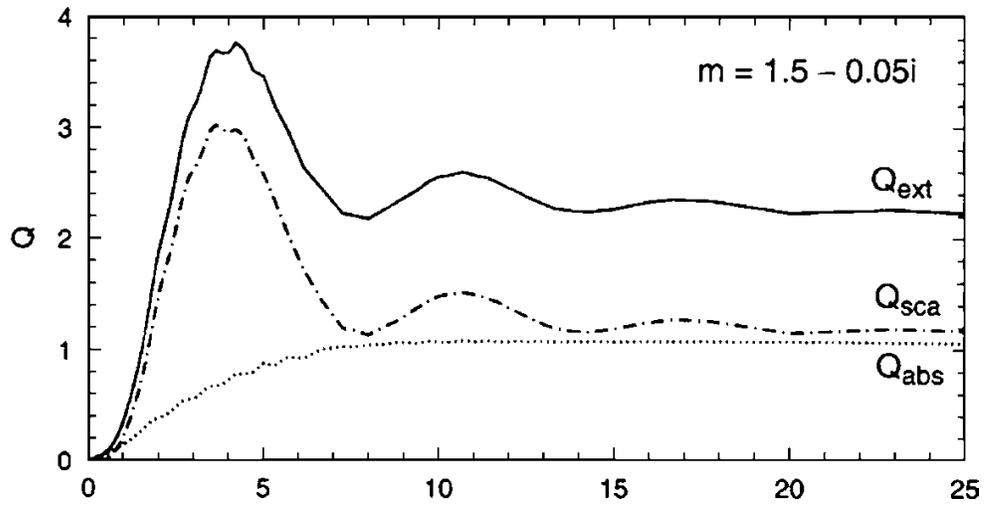


FIGURE 3.28 – Efficacités d’extinction (ou absorption totale), de diffusion (scattering) et d’absorption pure (absorption) en fonction du paramètre  $x = 2\pi a/\lambda$ , pour un grain faiblement absorbant (l’indice de réfraction  $m$  est indiqué). (Crédit : Whittet, D.C.B, Dust in the Galactic Environment, 2nd Ed., Institute of Physics Publishing)

Tant que le grain n'est pas trop absorbant ( $k$  petit), alors le terme au carré est sensiblement constant, donc  $Q_{\text{diff},\lambda} \propto 1/\lambda^4$  : on retrouve la diffusion Rayleigh.

$$Q_{\text{abs},\lambda} \approx \left( \frac{8\pi a}{\lambda} \right) \text{Im} \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \quad (3.123)$$

où  $\text{Im}()$  est la partie imaginaire du nombre complexe de la parenthèse. Dans ce cas,  $Q_{\text{abs},\lambda} \propto 1/\lambda$ .

Dans ce régime Rayleigh, la section efficace d'absorption ne dépend que de la masse du grain :

$$\sigma_{\text{abs}} = Q_{\text{abs}} \pi a^2 \quad (3.124)$$

$$\propto a^3 \quad (3.125)$$

$$\propto m_{\text{dust}} \quad (3.126)$$

Dans les deux cas, si  $x$  est très petit, l'interaction grain-lumière ( $Q_{\text{ext},\lambda}$ ) est négligeable : c'est le cas des ondes radios traversant le milieu interstellaire.

- Si  $x \gg 1$  ou  $a \gg \lambda$  : L'absorption et la diffusion atteignent une valeur asymptotique. Les sections efficaces de diffusion et d'absorption sont les sections géométriques ( $Q_{\text{abs}} = Q_{\text{diff}} = 1$ ) et  $Q_{\text{ext}} \approx 2$ . La section efficace totale est le double de la section efficace géométrique à cause de la diffraction.

Bien que la théorie de Mie nécessite des approximations importantes, des théories plus détaillées indiquent que, tant que les grains ne sont pas alignés, les résultats ne changent pas drastiquement. En réalité, une fraction des grains est alignée, sans que le mécanisme soit très bien compris (rôle du couple exercé par la pression de radiation sur les grains, alignement par un champ magnétique).

### 3.5.4 Remarques sur la diffusion

La diffusion enlève des photons de la ligne de visée, car ils sont diffusés vers d'autres directions. Cependant la diffusion peut aussi ré-introduire des photons dans la ligne de visée. Les *nébuleuses par réflexion*<sup>13</sup> en sont un bon exemple, cf les nébuleuses des Pléiades (Fig. 3.29).

Un autre exemple spectaculaire de diffusion est l'*écho de lumière*. Il se produit quand un objet subit une variation brutale (supernovae, Gamma Ray Burst) ou non (certaines classes d'étoiles variables) de luminosité. La lumière traverse à la

13. Par opposition aux *nébuleuses en émission*, dont l'étoile centrale est suffisamment chaude pour ioniser le gaz environnant.



FIGURE 3.29 – Les Pléiades (ou Messier 45) font partie d'un amas jeune d'étoiles de type spectral O, entourées de poussière, visible sous forme d'une nébuleuse par réflexion produite via la diffusion Rayleigh (Crédit : NASA/ESA/AURA/Caltech).

vitesse  $c$  des nuages de poussière. Sur des photos prises à des instants différents, la poussière située à des distances croissantes de l'objet central diffuse la lumière dans la ligne de visée (Fig. 3.30).

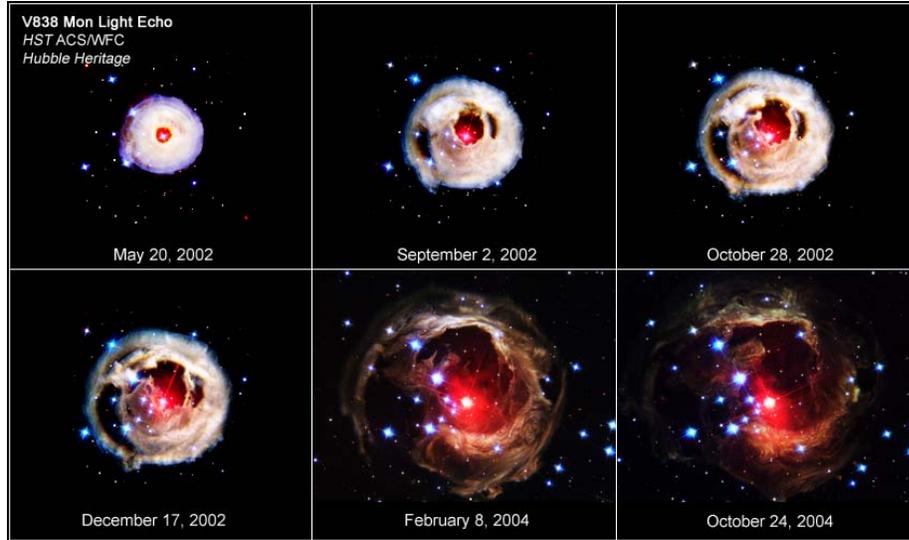


FIGURE 3.30 – Séquence temporelle de 6 images de l'étoile carbonée V838 Mon, prises entre mai 2002 et octobre 2004. (Crédit : Hubble Heritage).

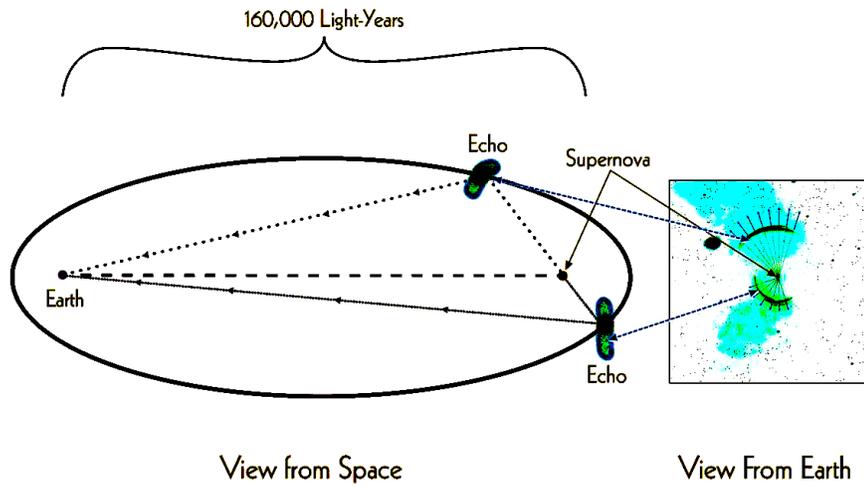


FIGURE 3.31 – Shéma (vue latérale) d'un écho de lumière provenant d'une supernova. Un écho se produit lorsque la Terre est à un foyer d'une ellipse fictive, et la source à l'autre foyer, et que des nuages de poussière se trouvent le long de l'ellipse. Si la poussière est distribuée uniformément dans l'espace autour de la source, la diffusion produit un cercle, dans le cas contraire, un arc. (Credit : P. Marenfeld and NOAO/AURA/NSF).



## Chapitre 4

# Introduction à l'astrophysique stellaire

### 4.1 Equations de base de structure stellaire

On suppose l'étoile à symétrie sphérique (pas de rotation rapide, pas de champ magnétique, pas binaire serrée).

#### 4.1.1 Equilibre hydrostatique

• Soit  $M_r$  la masse à l'intérieur du rayon  $r$  de l'étoile, et  $\rho$  sa densité. Alors la masse d'une coquille d'épaisseur  $dr$  entre les rayons  $r$  et  $r + dr$  est :

$$dM_r = 4\pi r^2 \rho dr \quad (4.1)$$

Donc

$$\boxed{\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho} \quad (4.2)$$

• Considérons une portion de la coquille entre  $r$  et  $r + dr$ , d'aire  $dA$ , sur laquelle s'exerce la pression  $P$  au rayon  $r$ , et  $P + dP$  au rayon  $r + dr$  :

$$PdA - (P + dP)dA - \frac{GM_r}{r^2} \rho dr dA = 0 \quad (4.3)$$

Donc

$$\boxed{\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{GM_r}{r^2}} \quad (4.4)$$

On a donc 3 inconnues  $\rho$ ,  $M_r$  et  $P$ , pour 2 équations, ce qui est insuffisant. Dans certaines étoiles denses, comme les naines blanches ou les étoiles à neutron, la pression est fonction de la densité seulement. Le nombre de variables indépendantes est donc 2, et les équations 4.2 et 4.4 suffisent pour déterminer la structure stellaire.

Dans les étoiles normales, cependant, la matière se comporte comme un gaz parfait et la pression dépend à la fois de la densité et de la température :  $P \propto \rho T$ . On a besoin d'autres équations.

### 4.1.2 Théorème du viriel pour les étoiles

L'Eq. 4.4 donne :

$$\int_0^R \frac{dP}{dr} 4\pi r^3 dr = \int_0^R \left( -\frac{GM_r}{r^2} \rho \right) 4\pi r^3 dr \quad (4.5)$$

On intégrant par partie le membre de gauche, et comme  $P(R)=0$  :

$$-\int_0^R 3P 4\pi r^2 dr = \int_0^R \left( -\frac{GM_r}{r} \right) 4\pi r^2 \rho dr \quad (4.6)$$

Or l'énergie gravitationnelle totale de l'étoile est :

$$E_G = \int_0^R -G \frac{M_r (4\pi \rho r^2 dr)}{r} \quad (4.7)$$

Tandis que l'énergie thermique totale de l'étoile est :

$$E_T = \int_0^R \frac{3}{2} nkT 4\pi r^2 dr = \int_0^R \frac{3}{2} P 4\pi r^2 dr \quad (4.8)$$

car dans une région de température  $T$ , l'énergie thermique moyenne par particule est  $3/2kT$  et donc  $3/2nkT$  est l'énergie thermique par unité de volume.

L'Eq. 4.6 donne alors le *théorème du viriel* :

$$2E_T + E_G = 0 \quad (4.9)$$

ou encore

$$E_T = -\frac{1}{2}E_G = \frac{1}{2}|E_G| \quad (4.10)$$

L'énergie gravitationnelle totale est clairement négative, comme la somme de l'énergie thermique et de l'énergie gravitationnelle :

$$E = E_G + E_T = \frac{1}{2}E_G = -\frac{1}{2}|E_G| \quad (4.11)$$

Lors de la contraction lente d'une étoile, on suppose que celle-ci est approximativement à l'équilibre hydrostatique et donc que le théorème du viriel (Eq. 4.9) est approximativement valide. L'étoile, en se contractant, devient de plus en plus liée gravitationnellement, donc  $|E_G|$  est plus grand, donc  $|E_T|$  également (Eq. 4.10), donc la température de l'étoile augmente.

Exactement la moitié de l'énergie potentielle gravitationnelle perdue lors de la contraction est transformée en énergie thermique. L'autre moitié doit quitter le système (sous forme de rayonnement).

**Temps de vie d'une étoile basé sur l'énergie gravitationnelle  $\tau_{KH}$  :**

On suppose l'étoile approximativement en équilibre hydrostatique donc le théorème du viriel est valable. Si l'étoile se contracte et ne possède pas d'autre source d'énergie (nucléaire), l'Eq. 4.10 montre que la moitié de l'énergie gravitationnelle est convertie en énergie thermique. L'autre moitié est rayonnée. Helmholtz et Kelvin pensaient que c'était la raison pour laquelle les étoiles brillent. Mais alors le Soleil a déjà rayonné l'énergie  $1/2|E_G|$ , donc son âge serait

$$\tau_{KH} \approx \frac{1/2|E_G|}{L_\odot} \quad (4.12)$$

On estime  $|E_G|$  à partir de l'Eq. 4.7, en remplaçant  $M_r$  et  $r$  par leurs valeurs moyennes :

$$|E_G| \approx \frac{G(M_\odot/2)}{R_\odot/2} M_\odot \approx 4 \times 10^{41} J \quad (4.13)$$

En remplaçant dans l'Eq. 4.12, on trouve :

$$\tau_{KH} \approx 10^7 \text{ ans} \quad (4.14)$$

qui est le temps de Kelvin-Helmholtz. Déjà à l'époque, il y avait des preuves géologiques que la Terre était plus ancienne que cela. La contraction gravitationnelle ne peut donc être la source principale d'énergie du Soleil.

### 4.1.3 Transport de l'énergie dans les étoiles

On sait qu'une étoile possède en outre une source d'énergie nucléaire. Cette énergie est transportée vers l'extérieur de l'étoile. Soit  $L_r$  le flux d'énergie par seconde qui traverse une surface sphérique de rayon  $r < R$  centrée au coeur de l'étoile (dont la luminosité totale est  $L(R) = L$ ). Si  $\epsilon$  est le taux de génération d'énergie par unité de masse et de temps, alors :

$$L_{r+dr} - L_r = dL_r = 4\pi r^2 dr \rho \epsilon \quad (4.15)$$

Donc

$$\boxed{\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 dr \rho \epsilon} \quad (4.16)$$

Le flux d'énergie provient du gradient de température. Il y a trois modes important de transport de la chaleur : par conduction, par convection et par rayonnement. Bien que la conduction soit importante dans les étoiles compactes (naines blanches), elle est négligeable dans les étoiles normales. La convection sera examinée plus loin.

### 4.1.4 Transport de l'énergie par le rayonnement dans les étoiles

Considérons pour l'instant une région de l'étoile dans laquelle l'énergie est transportée uniquement par rayonnement. On repart de l'équation de transfert (Eq. 1.64) :

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial \tau_\nu} = I_\nu - S_\nu \quad (4.17)$$

$$\text{donc : } \int_{-1}^1 \frac{2\pi\mu^2}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial \tau_\nu} d\mu = \int_{-1}^1 \frac{2\pi\mu}{c} (I_\nu - S_\nu) d\mu \quad (4.18)$$

En utilisant la définition du flux (Eq. 1.12), ainsi que les Eq. 1.40 et 1.41 qui donnent la pression de radiation :

$$P_\nu = \frac{2\pi}{c} \int_{-1}^1 \mu^2 I_\nu d\mu \quad (4.19)$$

on a :

$$\frac{dP_\nu}{d\tau_\nu} = \frac{\mathcal{F}_\nu}{c} \quad (4.20)$$

Donc, si  $\alpha_\nu$  est le coefficient d'extinction massique :

$$\mathcal{F}_\nu = -\frac{c}{\alpha_\nu} \frac{dP_\nu}{dr} \quad (4.21)$$

$$\text{donc : } \mathcal{F} = -c \int \frac{1}{\alpha_\nu} \frac{dP_\nu}{dr} d\nu \quad (4.22)$$

Mais on voudrait que le flux  $\mathcal{F}$  satisfasse plutôt une équation indépendante de la fréquence, de la forme :

$$\mathcal{F} = -c \frac{1}{\alpha_R} \frac{dP}{dr} \quad (4.23)$$

où  $\alpha_R$  serait une moyenne en fréquence bien choisie de  $\alpha_\nu$ . Comme on désire le même flux émergent, on égale les Eq. 4.22 et 4.23, et on obtient pour  $\alpha_R$  :

$$\frac{1}{\alpha_R} = \frac{\int \frac{1}{\alpha_\nu} \frac{dP_\nu}{dr} d\nu}{\int \frac{dP_\nu}{dr} d\nu} \quad (4.24)$$

Ce coefficient d'absorption moyen, gris,  $\alpha_R$ , est l'*opacité moyenne de Rosseland*. Comme  $P_\nu = 4\pi/(3c)B_\nu$  (Eq. 1.43),

$$\frac{dP_\nu}{dr} = \frac{4\pi}{3c} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \frac{dT}{dr} \quad (4.25)$$

Donc :

$$\frac{1}{\alpha_R} = \frac{\int \frac{1}{\alpha_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu}{\int \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu} \quad (4.26)$$

On écrit souvent  $\alpha = \rho\chi$ , où  $\chi$  est l'opacité de la matière stellaire. Donc en reprenant l'Eq. 4.23 et en utilisant l'Eq. 1.43 :

$$\mathcal{F} = -\frac{c}{\rho\chi} \frac{d}{dr} \left( \frac{4\sigma}{3c} T^4 \right) \quad (4.27)$$

Le flux d'énergie  $L_r$  à travers la surface de rayon  $r$  est donné par :

$$L_r = 4\pi r^2 \mathcal{F} = -4\pi r^2 \frac{c}{\rho\chi} \frac{d}{dr} \left( \frac{4\sigma}{3c} T^4 \right) \quad (4.28)$$

d'où

$$\boxed{\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{16\sigma} \frac{\chi\rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2}} \quad (4.29)$$

#### 4.1.5 Transport d'énergie par la convection dans les étoiles

La convection se produit quand un volume de gaz possède un excès de température par rapport à son environnement immédiat. Un tel volume *doit* posséder une épaisseur optique suffisante pour empêcher que son énergie excédentaire par

rapport à son environnement ne soit entièrement dissipée par des pertes radiatives. On comprend donc que la convection ne peut pas transporter beaucoup de flux dans les parties optiquement minces de la photosphère.

Si la vitesse  $v$  d'une cellule lors de son ascension est beaucoup plus petite que la vitesse du son, le flux d'énergie transportée par les cellules de convection (i.e., le flux convectif, représentant l'énergie par unité d'aire et de temps) s'écrit :

$$\mathcal{F}_{\text{conv}} = \rho C_p v \Delta T \quad (4.30)$$

avec  $C_p$  la chaleur spécifique à pression constante de l'élément de volume de densité  $\rho$ , de vitesse  $v$  et caractérisé par un excès de température  $\Delta T$ .

Citons quelques ordres de grandeur : dans le cas du Soleil, la granulation solaire constitue le sommet des cellules convectives. Cette zone est située au fond de la photosphère où  $\rho \approx 10^{-7} \text{g/cm}^3$ ,  $\delta T \approx 100 \text{K}$  et  $v$  est de l'ordre de quelques km/s. Avec  $C_p \approx 8 \cdot 10^7 \text{erg/(g K)}$  pour l'hydrogène, on trouve  $\mathcal{F}_{\text{conv}} \approx 2 \cdot 10^8 \text{erg/(s cm}^2\text{)}$ , à comparer aux  $\approx 10^{11} \text{erg/(s cm}^2\text{)}$  du flux radiatif. La convection contribue donc peu au flux d'énergie dans la photosphère solaire.

En revanche, la convection joue un rôle fondamental quant à la forme des raies, à cause des décalages Doppler et des différences de température qu'elle impose. La convection affecte la distribution de température d'une part en influençant sa stratification verticale, et d'autre part en introduisant des inhomogénéités horizontales. En général, il existe une corrélation entre le signe de la vitesse et celui du gradient de température (les cellules chaudes montent, les cellules froides descendent); donc la distribution de photons en terme de décalage Doppler n'est pas symétrique par rapport à zéro, ce qui produit des raies asymétriques.

Les effets sur les raies spectrales sont maintenant détectables par les observations. Certains travaux étudient la formation des raies spectrales dans des zones convectives, plus exactement dans la fine couche convective ( $\sim 200\,000 \text{km}$ ) présente à la surface du soleil. Tenir compte des inhomogénéités de température dues à la granulation conduit à des déterminations d'abondances sensiblement différentes de celles obtenues à partir d'atmosphères purement 1D<sup>1</sup>.

Enfin, la convection est un mécanisme de mélange extrêmement efficace, qui conduit, lorsqu'elle agit, à l'homogénéité chimique des photosphères.

Supposons que :

- la cellule de matière est à la même pression que son environnement
- aucun échange de chaleur n'a lieu entre la cellule et son environnement. Le processus d'ascension de la cellule est donc supposé adiabatique.
- le poids moléculaire moyen des particules ne varie pas pendant l'ascension de la cellule

1. Voir Asplund et al. (2000) qui a effectué des simulations numériques 3D de convection solaire.

**Le poids moléculaire moyen**

Soit

- X la fraction de masse d'hydrogène
- Y la fraction de masse d'hélium
- Z la fraction de masse de tous les autres éléments (appelés "métaux" en astrophysique)

Avec ces notations,

- Le nombre d'atomes d'H par unité de volume est  $nX/(Vm_H) = \rho X/m_H$ . Le nombre de particules, pour de l'hydrogène totalement ionisé, est  $2\rho X/m_H$ , car chaque atome d'hydrogène contribue pour un proton et un électron.
- Le nombre d'atomes d'He par unité de volume est  $\rho Y/4m_H$ . Le nombre de particules, pour de l'hélium totalement ionisé, est  $3\rho Y/(4m_H)$ ,
- Comme un atome (lourd) de masse  $A$  contribue approximativement  $A/2$  particules (électrons + noyau), le nombre de particules, pour un l'élément de masse  $A$  totalement ionisé, est  $(A/2)\rho Z/(Am_H) = \rho Z/(2m_H)$ .

Donc le nombre total de particules par unité de volume est :

$$n = \left( 2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z \right) \frac{\rho}{m_H} \quad (4.31)$$

Mais on a aussi, avec la définition du *poids moléculaire moyen* :

$$n \stackrel{def}{=} \frac{\rho}{\mu m_H} = \frac{M}{N m_H} \quad (4.32)$$

$$\text{Donc } \mu = \frac{1}{2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z} \quad (4.33)$$

La pression du gaz parfait est donnée par  $P = nk_B T$ , donc

$$P = \frac{\rho}{\mu m_H} k_B T \quad (4.34)$$

Le poids moléculaire moyen est très utile pour comprendre qualitativement différentes propriétés stellaires. Pour des modèles précis, il faut cependant prendre en compte l'ionisation partielle, surtout dans les couches externes, et la pression de radiation, qui devient importante dans les étoiles massives.

Soit  $\gamma = C_p/C_v$  l'exposant adiabatique. Pendant l'expansion adiabatique d'un

gaz idéal, on a :

$$P \div \rho^\gamma \quad (4.35)$$

ou

$$P\rho^{-\gamma} = \text{cte} \quad (4.36)$$

$$\frac{d \ln \rho}{d \ln P} = \frac{1}{\gamma} \quad (4.37)$$

Pour avoir de la convection, il faut que la densité de la cellule diminue au moins aussi rapidement que la densité de son environnement photosphérique :

$$\frac{1}{\gamma} = \left[ \frac{d \ln \rho}{d \ln P} \right]_{\text{cell}} > \left[ \frac{d \ln \rho}{d \ln P} \right]_{\text{photo}} \quad (4.38)$$

Avec la loi des gaz parfaits<sup>2</sup>  $P = (\rho/\mu m_H)k_B T$ , ou  $\mu$  est le poids moléculaire moyen, on a :

$$\ln P = \ln \rho - \ln \mu - \ln m_H + \ln k + \ln T \quad (4.39)$$

donc :

$$\left[ \frac{d \ln \rho}{d \ln P} \right]_{\text{photo}} = 1 + \frac{d \ln \mu}{d \ln P} - \frac{d \ln T}{d \ln P} \quad (4.40)$$

En remplaçant dans l'inégalité 4.38, la condition pour avoir de la convection, qui s'appelle le *critère de Schwarzschild*, devient :

$$\left[ \frac{d \ln T}{d \ln P} \right]_{\text{photo}} > 1 - \frac{1}{\gamma} + \frac{d \ln \mu}{d \ln P} \quad (4.41)$$

Cette condition sera satisfaite, en particulier, dans les cas suivants :

- Si le gradient dans le membre de gauche de 4.41 est important, ce qui se produit lorsque l'opacité est grande. Des couches opaques bloquent le flux de chaleur en provenance de l'intérieur de l'étoile, qui peut, en réponse, soit augmenter son rayon, soit, si l'Eq. 4.41 est satisfaite, utiliser la convection comme une "valve de sécurité".

2. La densité au coeur du soleil est plus de 100 fois la densité de l'eau. Cependant, la matière s'y comporte encore comme un gaz parfait, car la température est si élevée que les énergies potentielles inter-atomiques sont négligeables par rapport aux énergies cinétiques typiques des particules : les atomes ne peuvent s'assembler en liquides ou solides.

— Si le gradient adiabatique est faible. Supposons que l'hydrogène et l'hélium ne changent pas d'état d'ionisation, et que le gaz soit chimiquement homogène. On a alors  $d \ln \mu / d \ln P = 0$ . Pour un gaz monoatomique,  $\gamma = 5/3 \simeq 1.67$ . Le critère de Schwarzschild devient  $d \ln T / d \ln P > 0.4$ . Pour les gaz formés de molécules polyatomiques,  $\gamma$  tend vers 1 car le nombre de degrés de liberté augmente avec la complexité de la molécule. Donc la convection est favorisée dans les étoiles froides car les molécules y sont abondantes.

La présence de rayonnement peut aussi faire diminuer  $\gamma$ . On peut montrer (à partir de la première loi de la thermodynamique et de l'Eq. 2.15) que le rayonnement piégé dans une cellule suit une loi adiabatique avec  $\gamma = 4/3$ .

On peut aussi ré-écrire l'Eq. 4.41 comme :

$$\frac{dT}{T} > \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{dP}{P} + \frac{d\mu}{\mu} \quad (4.42)$$

et si le poids moléculaire moyen  $\mu$  est constant pendant l'ascension de la cellule :

$$\boxed{\frac{dT}{dr} > \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr}} \quad (4.43)$$

Une théorie de la convection encore largement employée est celle de la longueur de mélange (mixing-length theory, Vitense 1953; Böhm-Vitense 1958) ou ses variantes<sup>3</sup>.

Si  $\Delta\rho$  est la différence de densité entre la cellule convective et son environnement, alors par conservation de l'énergie :

$$\frac{1}{2} \rho v^2 = g \Delta\rho l \quad (4.44)$$

où  $l$  est la longueur de mélange, c'est-à-dire la distance sur laquelle une cellule peut subsister sans se diluer dans son environnement.

Si les pressions sont à l'équilibre et les poids moléculaires sont constants, on a :

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta T}{T} \quad (4.45)$$

Donc :

$$v = \sqrt{\frac{gl\Delta T}{T}} \quad (4.46)$$

---

3. Cf cours de structure stellaire pour plus de détails

Et avec l'Eq. 4.30 :

$$\mathcal{F}_{\text{conv}} = \rho C_p \left( \frac{gl}{T} \right)^{1/2} \Delta T^{3/2} \quad (4.47)$$

ou, en terme de gradient de température :

$$\mathcal{F}_{\text{conv}} = \rho C_p \left( \frac{g}{T} \right)^{1/2} l^2 \left[ \left( \frac{dT}{dx} \right)_{\text{cell}} - \left( \frac{dT}{dx} \right)_{\text{photo}} \right]^{3/2} \quad (4.48)$$

La valeur choisie pour la longueur de mélange,  $l$ , est un paramètre ajustable. Dans les intérieurs stellaires, une calibration empirique est possible car le rayon de l'étoile dépend de  $l$ ; on adopte typiquement des valeurs de  $l \approx 1.5$  fois l'échelle de hauteur de pression. Dans les photosphères stellaires, aucune calibration simple de ce type n'existe. L'assombrissement centre-bord du soleil ne dépend que faiblement de la convection. Dans la construction des modèles d'atmosphère, on vérifie plutôt pour chaque couche le critère de Schwarzschild, et s'il indique qu'il y a convection, on utilise la conservation du flux total pour estimer le flux convectif.

D'importants progrès ont eu lieu récemment pour résoudre les équations non-linéaires hydrodynamiques qui régissent la photosphère et les couches juste en dessous; cela conduit à des modèles tri-dimensionnels.

## 4.2 Construction de modèles d'étoiles

Les équations 4.2, 4.4, 4.16 et 4.29 sont les quatre équations importantes de la structure stellaire. Si le flux est transporté par convection et pas par rayonnement, il faut remplacer l'Eq. 4.29 par l'Eq. 4.43 (au sein d'un même modèle stellaire).

Une fois donnés

- l'équation d'état  $P(\rho, T, X_i)$ ,
- l'opacité  $\chi(\rho, T, X_i)$
- le taux de génération d'énergie nucléaire  $\epsilon(\rho, T, X_i)$

les quatre équations ci-dessus impliquent quatre fonctions indépendantes de  $r$  :  $\rho, T, M_r, L_r$ .

Conditions aux limites :

- $r = 0$  :  $M_r = 0$  et  $L_r = 0$
- $r = R$  :  $\rho = 0$

La température à la surface est déduite de l'approximation d'atmosphère grise, qui conduit<sup>4</sup> à  $T(\tau) = \left[ \frac{3}{4} \left( \tau + \frac{2}{3} \right) \right]^{1/4} T_{\text{eff}}$

---

4. cf cours de Master

$$\text{donc } T = 2^{-1/4} T_{\text{eff}} = 2^{-1/4} \left( \frac{L}{4\pi R^2 \sigma} \right)^{1/4} \approx 0.84 T_{\text{eff}}$$

Le problème peut ainsi aisément être résolu numériquement. On a donc tous les ingrédients pour construire un modèle d'étoile.

Notons que l'équation d'état  $P(\rho, T, X_i)$ , l'opacité  $\chi(\rho, T, X_i)$  et le taux de génération d'énergie nucléaire  $\epsilon(\rho, T, X_i)$  dépendent tous de la composition chimique de l'étoile. Or la composition du coeur va changer suite aux réactions nucléaires. On fixe donc la masse initiale de l'étoile et une composition chimique initiale et un premier modèle est calculé. Puis on calcule des modèles successifs en tenant compte de l'évolution de la composition chimique, ce qui permet de suivre l'évolution de l'étoile. Un modèle solaire typique (mais simplifié) est présenté à la Table 4.1.

$R/R_{\odot}$	$M_r/M_{\odot}$	$L_r/L_{\odot}$	$T$	$\rho$
0.000	0.000	0.000	1.56e+7	1.48e+5
0.053	0.014	0.106	1.48e+7	1.23e+5
0.103	0.081	0.466	1.30e+7	8.40e+4
0.151	0.192	0.777	1.11e+7	5.61e+4
0.201	0.340	0.939	9.31e+6	3.51e+4
0.252	0.490	0.989	7.86e+6	2.09e+4
0.302	0.620	0.999	6.70e+6	1.20e+4
0.426	0.830	1.001	4.73e+6	2.96e+3
0.543	0.924	1.001	3.53e+6	8.42e+2
0.691	0.974	1.000	2.38e+6	2.05e+2
0.822	0.993	1.000	1.19e+6	6.42e+1
0.909	0.999	1.000	5.25e+5	1.87e+1
1.000	1.000	1.000	5.77e+3	0.00e+0

TABLE 4.1 – Modèle solaire standard. La densité est en  $\text{kg m}^{-3}$  (adapté de Bahcall & Ulrich (1988) par Choudhuri)

### 4.3 Relations simples entre paramètres stellaires

On peut faire des approximations drastiques<sup>5</sup> en partant des Eq. 4.2, 4.4, 4.16, 4.29 et 4.43, pour comprendre les relations entre certains paramètres stellaires.

- Remplaçons le terme de gauche  $dP/dr$  de l'Eq. 4.4 par  $P/R$ . Comme  $\rho \propto$

5. Une approche plus sophistiquée consiste à construire des modèles *homologues*, en supposant que des quantités varient à l'intérieur d'étoiles différentes de manière similaire.

$M/R^3$  :

$$\frac{P}{R} \propto \rho \frac{M_r}{R^2} \quad \text{donc} \quad P \propto \frac{M^2}{R^4} \quad (4.49)$$

L'équation d'état  $P \propto \rho T$ , toujours avec  $\rho \propto M/R^3$ , implique :

$$P \propto \frac{M}{R^3} T \quad (4.50)$$

Les Eq. 4.49 et 4.50 impliquent que :

$$T \propto \frac{M}{R} \quad (4.51)$$

• Repartons de l'équation de transfert (Eq. 4.29) qu'on suppose valable dans toute l'étoile. On suppose aussi que l'opacité  $\chi$  ne varie pas appréciablement dans l'étoile :

$$\frac{T}{R} \propto \frac{M}{R^3 T^3} \frac{L}{R^2} \quad \text{donc} \quad L \propto \frac{(TR)^4}{M} \quad (4.52)$$

Mais comme  $TR \propto M$  (Eq. 4.51), on obtient la *relation masse-luminosité* :

$$L \propto M^3 \quad (4.53)$$

Les Fig. 4.1 et 4.2 et montre que malgré les approximations drastiques effectuées, cette approximation n'est pas trop éloignée (i) des résultats provenant de modèles stellaires détaillés et (ii) des observations d'étoiles réelles.

• Si le rayonnement de l'étoile est celui d'un corps noir, on a :

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (4.54)$$

Si on suppose que  $T_{\text{eff}}$  est proportionnel à la température centrale, alors :

$$L \propto R^2 T^4 \quad (4.55)$$

Mais  $L$  varie comme  $M^3$  (Eq. 4.53) et  $RT$  varie comme  $M$  (Eq. 4.51) donc :

$$M^3 \propto M^2 T^2 \quad \text{donc} \quad M \propto T^2 \quad (4.56)$$

Avec l'Eq. 4.53 et de nouveau la proportionnalité entre  $T$  et  $T_{\text{eff}}$  :

$$L \propto T_{\text{eff}}^6 \quad (4.57)$$

C'est la *relation luminosité - température*. La Fig. 4.3 montre que cette approximation est corroborée par les modèles détaillés d'évolution stellaire. Le diagramme

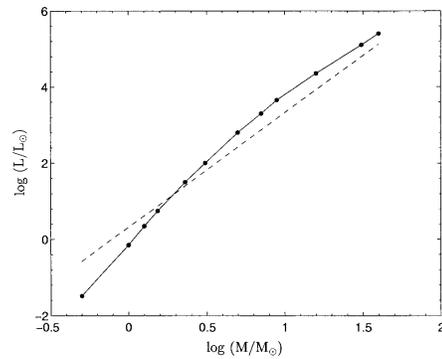


FIGURE 4.1 – Relation masse-luminosité obtenue à partir de modèles d'évolution stellaire (l'exposant de l'Eq 4.53 possède alors la valeur 3.7), et de l'Eq. 4.53 (pointillés). Source : Irwin.

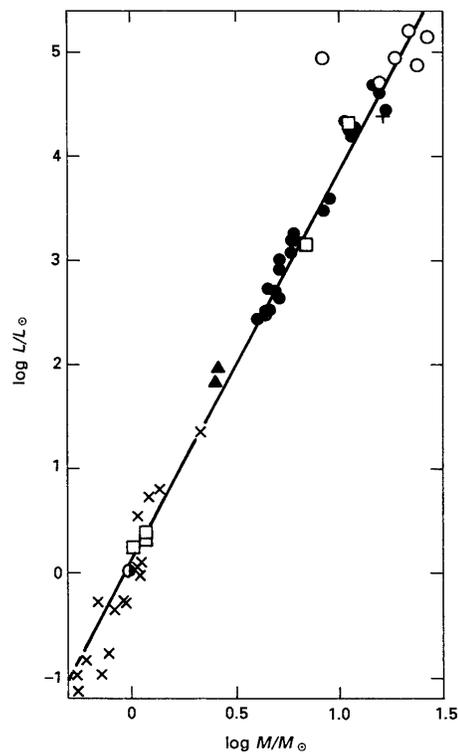


FIGURE 4.2 – Relation masse-luminosité observée. Source : Irwin

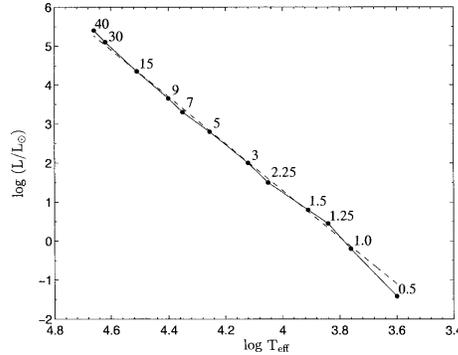


FIGURE 4.3 – Diagramme HR (relation luminosité-température) obtenue à partir de modèles d'évolution stellaire (dans ce cas,  $L \propto T_{\text{eff}}^{5.6}$ ), et de l'Eq. 4.57 (pointillés). Les masses des modèles stellaires utilisés sont indiquées. Source : Irwin.

luminosité-température est en fait le diagramme HR, et la Fig. 5.12 montre que la relation luminosité-température est en effet observée pour les étoiles de la *séquence principale*.

- Soit  $\tau$  le temps pendant lequel une étoile "brûle" son combustible nucléaire. La quantité de combustible est proportionnelle à la masse, et le taux auquel le combustible est brûlé est proportionnel à la luminosité. On aura donc, en utilisant la relation masse-luminosité (Eq. 4.53) :

$$\tau \propto \frac{M}{L} \propto \frac{1}{M^2} \quad (4.58)$$

Donc les étoiles plus massives épuisent plus rapidement leur combustible nucléaire, elles "vivent" moins longtemps.

#### 4.4 La séquence principale, les géantes rouges et les naines blanches dans le diagramme HR

Même si la plupart des étoiles sont situées sur la séquence principale dans un diagramme HR (Fig. 5.12), des étoiles sont néanmoins présentes :

- dans la région grande luminosité - basses températures (en haut à droite). Ces étoiles sont rouges (grands  $B - V$ ) et d'après la luminosité du corps noir (Eq. 2.22), elles doivent avoir, à température comparables, des rayons beaucoup plus grands que les étoiles de séquence principale : ce sont les étoiles *géantes rouges*.

- dans la région basse luminosité - hautes températures (en bas à gauche). Ces étoiles sont blanches-bleues et possèdent des luminosités bien plus faibles que celles de la séquence principale. Leurs rayons doivent être beaucoup plus petits : ce sont des *naines blanches*.

Sur la séquence principale, les étoiles les plus lumineuses sont les plus massives. La masse de l'étoile détermine en quel point de la séquence principale elle va se situer. la séquence principale est donc une séquence en terme de masses stellaires (cf Fig. 4.3).

Une étoile se forme par contraction gravitationnelle du nuages de gaz interstellaire. Si la masse de la proto-étoile est trop faible, alors les températures au coeur ne seront pas assez élevées pour enclencher les réactions nucléaires. De tels objets sont appelés des *naines brunes*. On pense que les naines brunes possèdent des masses de l'ordre de  $0.009-0.07 M_{\odot}$  ( $10-70 M_{\text{Jupiter}}$ )<sup>6</sup>.

## 4.5 Nucléosynthèse

Les sections précédentes ont montré qu'on peut comprendre de nombreux aspects de la structure stellaire sans connaissance détaillée sur les processus de génération d'énergie. Ceci est heureux car ces processus n'étaient pas bien connus (la physique nucléaire était dans son enfance) lorsque Eddington (1920) développa la théorie de la structure stellaire. Cependant, pour comprendre les phases détaillées de l'évolution stellaire, il est nécessaire de comprendre les mécanismes de génération d'énergie.

Soit un noyau de masse atomique  $A$  et de nombre atomique  $Z$ . L'énergie de liaison est l'énergie qu'il faut fournir pour amener les nucléons, depuis l'infini, à former un noyau de masse  $m_{\text{nuc}}$  :

$$E_B = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{nuc}}]c^2 \quad (4.59)$$

La Fig. 4.4 représente l'énergie de liaison par nucléon  $f = E_B/A$ .

Donc de l'énergie sera produite soit par fusion de noyaux plus légers que le fer, soit par fission de noyaux plus lourds que le fer.

### Temps de vie d'une étoile basé sur l'énergie nucléaire $\tau_{\text{nuc}}$ :

La valeur de  $f$  pour l'hélium est 6.6 MeV, soit environ  $0.007 m_n$ . Donc si  $1M_{\odot}$  d'hydrogène est convertie en hélium, l'énergie libérée sera  $0.007M_{\odot}c^2$ .

6.  $1M_{\odot} \approx 104M_{\text{Jupiter}}$ . La masse maximale des planètes semble être  $\approx 10M_{\text{Jupiter}}$

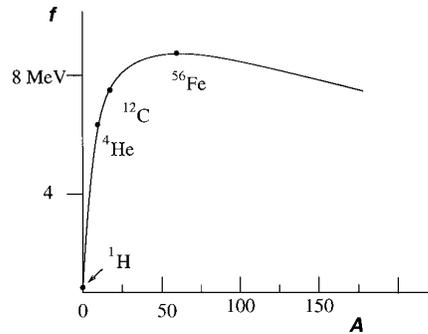


FIGURE 4.4 – Schéma : énergie de liaison par nucléon. Source : Choudhuri

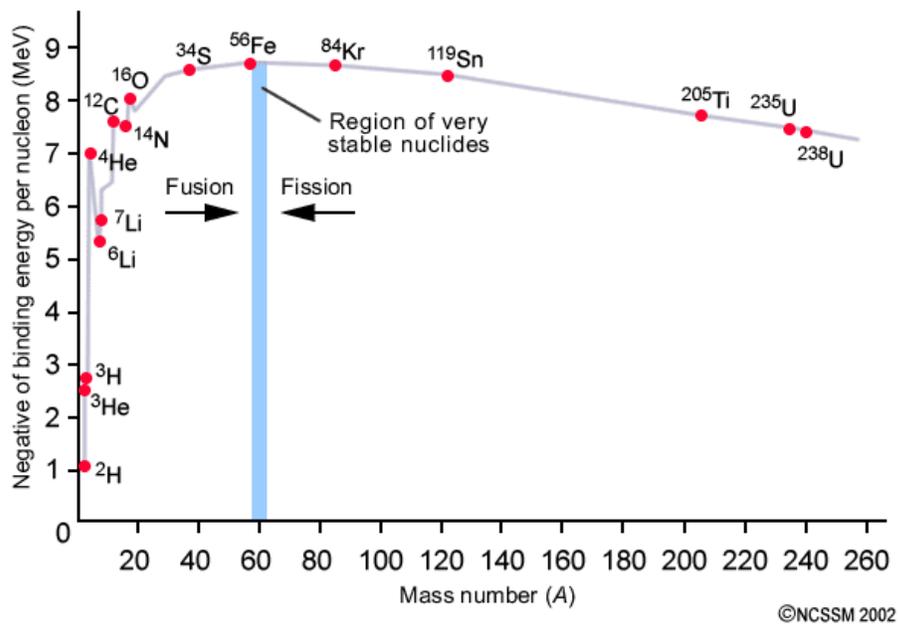


FIGURE 4.5 – Energie de liaison par nucléon en fonction de la masse atomique. Les éléments du pic du fer ( $A \sim 56$ ) possèdent l'énergie de liaison par nucléon la plus élevée, 8.8 MeV; par conséquent la fusion nucléaire de ces éléments en éléments plus lourds est endothermique. Source : <http://www.dlt.ncssm.edu/tiger/>

Donc une étoile peut convertir son hydrogène en hélium pendant :

$$\tau_{\text{nuc}} \approx \frac{0.007 M_{\odot} c^2}{L_{\odot}} \approx 10^{11} \text{ ans} \quad (4.60)$$

ce qui est beaucoup plus que le temps de Kelvin-Helmholtz (Eq. 4.14), et du même ordre de grandeur que l'âge de l'Univers.

Les noyaux sont chargés positivement ; pour deux noyaux de numéro atomique  $Z_1$  et  $Z_2$ , le potentiel coulombien est :

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \quad (4.61)$$

Les forces nucléaires à courte portée l'emportent sur la force coulombienne seulement lorsque la distance entre les nucléons est de l'ordre de  $10^{-15}$  m. Un potentiel intranucléaire typique est schématisé à la Fig. 4.6.

Au centre du soleil, où la température est de l'ordre de  $10^7$  K, l'énergie cinétique typique d'une particule ( $K_B T$ ) est de l'ordre du keV, mille fois trop faible par rapport à la hauteur de la barrière de potentiel électrostatique. Cependant, les

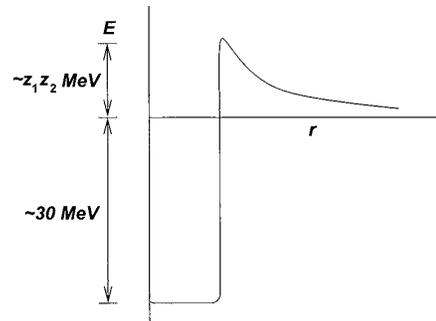


FIGURE 4.6 – Schéma : potentiel nucléaire typique. Source : Choudhuri

particules peuvent passer à travers une barrière de potentiel par effet tunnel<sup>7</sup>.

#### 4.5.1 Taux de réaction nucléaires

Supposons qu'un noyau de charge  $Z_1 e$ , de densité numérique par unité de volume  $n_1$ , veuille fusionner avec un noyau de charge  $Z_2 e$ , de densité  $n_2$ . Si les

<sup>7</sup> Tandis qu'il étudiait la radioactivité  $\alpha$ , Gamow (1928) a calculé la probabilité pour une particule  $\alpha$  de s'échapper d'un noyau par effet tunnel. La même probabilité est valable pour le trajet inverse (Atkinson and Houtermans, 1929).

deux types de particules ont une distribution de vitesse maxwellienne, la distribution de leur vitesse relative  $v$  sera aussi maxwellienne, et si  $m$  est la masse réduite  $\mu \equiv m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ , on a :

$$f(v)dv = \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}} 4\pi v^2 dv \quad (4.62)$$

L'énergie cinétique est  $E = 1/2mv^2$ , et :

$$f(E)dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{E^{1/2}}{(k_B T)^{3/2}} e^{-\frac{E}{k_B T}} dE \quad (4.63)$$

Si  $\sigma(E)$  est la section efficace de réaction entre deux noyaux s'approchant avec l'énergie cinétique  $E$ , on définit la section efficace moyennée selon la distribution de Maxwell des énergies :

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^\infty \sigma(E) v f(E) dE \quad (4.64)$$

Le taux de réaction est :

$$r = n_1 n_2 \langle \sigma v \rangle \quad (4.65)$$

Reste à calculer  $\sigma(E)$ . L'énergie typique des particules dans les intérieurs stellaires est bien inférieure à la hauteur de la barrière de potentiel schématisée à la Fig. 4.6. Donc la section efficace  $\sigma(E)$  doit dépendre de la probabilité de franchir cette barrière de potentiel par effet tunnel, qui vaut <sup>8</sup>

$$P \propto \exp \left[ -\frac{1}{2\epsilon_0 \hbar} \left( \frac{m}{2} \right)^{1/2} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\sqrt{E}} \right] \quad (4.66)$$

Classiquement, pour que la particule incidente atteigne l'origine, son moment cinétique doit être nul, ainsi que le paramètre d'impact  $b_{\text{imp}}$ . En mécanique quantique (et sans considérer l'effet tunnel), tant que le paramètre d'impact  $b_{\text{imp}} \leq \hbar/(\mu v) \equiv \lambda$ , la particule réduite peut atteindre l'origine. La section efficace de réaction (sans effet tunnel) va donc varier comme  $\pi b_{\text{imp}}^2$  pour une onde- $s$ . Comme <sup>9</sup>  $\lambda^2 \propto 1/E$ , la section efficace incluant cette fois l'effet tunnel s'écrit :

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} e^{-\frac{b}{\sqrt{E}}} \quad (4.67)$$

8. Gamow 1928; voir le cours de mécanique quantique

9. Car la longueur d'onde de de Broglie est définie comme  $\lambda = \frac{\hbar}{p}$  et  $E = \frac{p^2}{2m}$ .

avec :

$$b = \frac{1}{2\epsilon_0\hbar} \left(\frac{m}{2}\right)^{1/2} Z_1 Z_2 e^2 \quad (4.68)$$

où  $S(E)$  est déterminée expérimentalement (unités : surface  $\times$  énergie  $\equiv$  barn-MeV, ou 1barn =  $10^{-24}$  cm<sup>2</sup>).

En l'absence de résonance,  $S(E)$  est une fonction variant lentement avec  $E$ . Mais cette section efficace peut devenir très grandes à certaines énergies ; c'est ce qu'on appelle une *résonance*.

On obtient finalement (en remplaçant les Eq. 4.67 et 4.63 dans l'Eq. 4.64) :

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{2^{3/2}}{\sqrt{\pi m}} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty S(E) e^{-\frac{E}{k_B T}} e^{-\frac{b}{\sqrt{E}}} dE \quad (4.69)$$

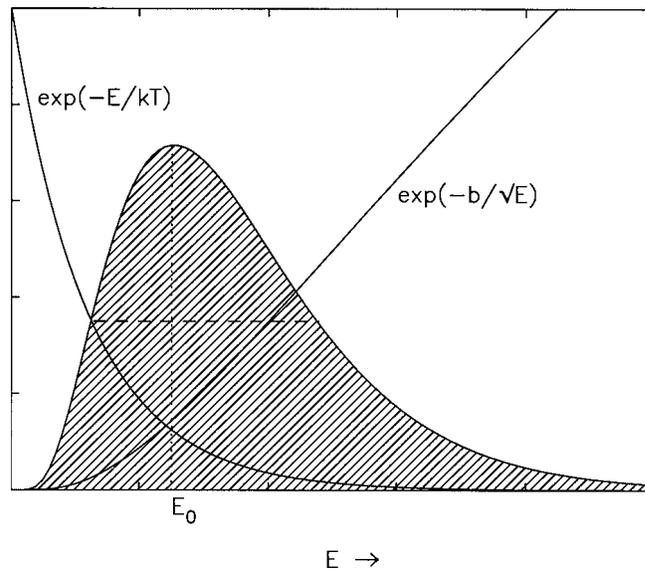


FIGURE 4.7 – Schéma : Variation du facteur de Gamow, du facteur de Maxwell et de leur produit. Source : Choudhuri

La Fig 4.7 montre que cette fonction n'est pas négligeable que sur une gamme d'énergie restreinte autour de  $E_0$ , ce qui valide l'approximation  $S(E) \approx S(E_0)$ . On sort alors le facteur  $S(E_0)$  de l'intégrale (qui vaut l'aire hachurée de la Fig 4.7), qui devient :

$$J = \int_0^\infty e^{g(E)} dE \quad (4.70)$$

avec :

$$g(E) = -\frac{E}{k_B T} - \frac{b}{\sqrt{E}} \quad (4.71)$$

Le maximum  $E_0$  de la fonction  $g$  est obtenu avec  $dg/dE = 0$  :

$$E_0 = \left(\frac{1}{2}bk_B T\right)^{2/3} \quad (4.72)$$

$$= \left[\left(\frac{m}{2}\right)^{1/2} \frac{Z_1 Z_2 e^2 k_B T}{4\epsilon_0 \hbar}\right]^{2/3} \quad (4.73)$$

On développe  $g(E)$  en série autour de  $E_0$ . Comme  $dg/dE = 0$  en  $E = E_0$  :

$$g(E) = g(E_0) + (E - E_0) \left(\frac{dg}{dE}\right)_{E=E_0} + \frac{1}{2}(E - E_0)^2 \left(\frac{d^2g}{dE^2}\right)_{E=E_0} \quad (4.74)$$

$$= -\tau - \frac{\tau}{4} \left(\frac{E}{E_0} - 1\right)^2 + \dots \quad (4.75)$$

où on a posé :

$$\tau = -g(E_0) \quad (4.76)$$

$$= 3 \frac{E_0}{k_B T} \quad (4.77)$$

$$= 3 \left[\left(\frac{m}{2k_B T}\right)^{1/2} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\epsilon_0 \hbar}\right]^{2/3} \quad (4.78)$$

En substituant dans l'Eq 4.70 :

$$J \approx e^{-\tau} \int_0^\infty e^{-\frac{\tau}{4} \left(\frac{E}{E_0} - 1\right)^2} dE \quad (4.79)$$

Comme l'intégrant n'est significatif qu'autour de  $E = E_0$ , on remplace la limite inférieure de l'intégrale par  $-\infty$ . On a alors une intégrale de gaussienne et on obtient :

$$J \approx \frac{2}{3} k_B T \sqrt{\pi \tau} e^{-\tau} \quad (4.80)$$

En remplaçant dans l'Eq.4.69, (et comme d'après l'Eq. 4.78,  $\tau \propto T^{-1/3}$ ) :

$$\langle \sigma v \rangle \propto \frac{S(E_0)}{T^{2/3}} \exp \left[ -3 \left( \frac{e^4}{32\epsilon_0^2 k_B \hbar^2} \frac{m Z_1^2 Z_2^2}{T} \right)^{1/3} \right] \quad (4.81)$$

$S(E)$  est déterminé expérimentalement, donc on peut connaître le taux de réaction en substituant l'Eq. 4.81 dans 4.65.

Si  $\mathcal{E}$  est l'énergie libérée par une réaction nucléaire, et  $\epsilon$  est le taux de génération d'énergie par unité de masse et de temps (cf Eq. 4.15), alors :

$$\rho\epsilon = r\Delta\mathcal{E} \quad (4.82)$$

$$= n_1 n_2 \langle \sigma v \rangle \Delta\mathcal{E} \quad (4.83)$$

Par définition :

$$n_j = \frac{\rho}{m_H} \frac{X_j}{A_j} \quad (4.84)$$

Donc  $n_1$  et  $n_2$  sont proportionnels à  $\rho X_1$  et  $\rho X_2$ , respectivement. Donc :

$$\epsilon = C \rho X_1 X_2 \frac{1}{T^{2/3}} \exp \left[ -3 \left( \frac{e^4}{32 \epsilon_0^2 k_B \hbar^2} \frac{m Z_1^2 Z_2^2}{T} \right)^{1/3} \right] \quad (4.85)$$

où on estime le coefficient  $C$  à partir des sections efficaces mesurées expérimentalement  $S(E)$ .

Le problème est que les énergies dans les intérieurs stellaires sont de l'ordre du keV, alors que les expériences de laboratoire sont faites à des énergies de l'ordre du MeV. Il faut donc extrapoler  $S(E)$  aux faibles énergies (dites *d'intérêt astrophysique*). Une fois connues la section efficace expérimentale pour une réaction nucléaire donnée, on peut donc calculer la génération d'énergie de cette réaction dans l'intérieur stellaire.

Remarques :

- $\epsilon$  augmente fortement avec la température à cause du facteur exponentiel.
- à température égale, les réactions impliquant des noyaux plus lourds contribuent moins que celles impliquant des noyaux plus légers.

### 4.5.2 Réactions importantes dans les intérieurs stellaires

On parle de *combustion* et de *combustible* nucléaire alors que les réactions impliquées ne sont pas chimiques, mais bien nucléaires.

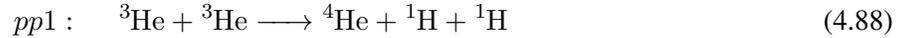
### 4.5.3 La chaîne $pp$

Bethe et Critchfield (1938) ont proposé la fusion de l'hydrogène par la chaîne proton-proton.

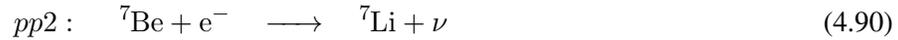


Après la production d' ${}^3\text{He}$ , les réactions peuvent continuer via 3 branches :  $pp1$ ,  $pp2$  et  $pp3$ .

$pp1$  : La branche  $pp1$  est de loin dominante dans les conditions de l'intérieur solaire ; au final, 4 noyaux d'H forment 1 noyau d'He



$pp2, pp3$  :



C'est la réaction (4.87) qui possède la section efficace la plus faible, et, à l'équilibre, qui détermine la génération d'énergie.

#### 4.5.4 Le cycle CNO

Si du carbone, de l'azote et de l'oxygène sont déjà présents dans l'étoile (donc si on ne considère pas une étoile de première génération), ils peuvent servir de catalyseurs, comme suggéré indépendamment par von Weizsäcker (1938) et Bethe (1939).



De nouveau, 4 noyaux d'H forment un noyau d'He. La réaction la plus lente est 4.98.

### 4.5.5 Taux de génération d'énergie de la combustion de l'hydrogène

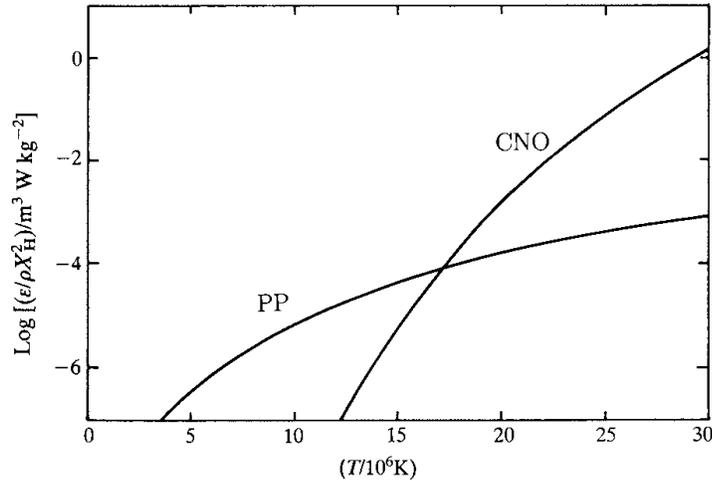


FIGURE 4.8 – La variation des taux de génération d'énergie  $\epsilon_{pp}$  et  $\epsilon_{CNO}$  avec la température. Source : Choudhuri

La variation des taux de génération d'énergie  $\epsilon_{pp}$  et  $\epsilon_{CNO}$  avec la température est illustrée à la Fig. 4.8. Dans les étoiles de type solaire ( $M < 1.1 M_{\odot}$ ), avec des températures centrales inférieures à  $20 \times 10^6$  K, la chaîne  $pp$  est la source dominante d'énergie, alors que le cycle CNO devient prépondérant dans les étoiles plus massives ( $M > 1.1 M_{\odot}$ ).

Notons que le cycle utilisé détermine la structure (convective/radiative) de l'étoile : les étoiles les plus massives ( $M > 1.1 M_{\odot}$ ) atteignent des températures centrales plus élevées, donc la combustion de l'hydrogène s'effectue par le cycle CNO.  $\epsilon_{CNO}$  est une fonction sensible de la température ; la combustion de H par le cycle CNO produira un gradient important de température au coeur. Ce gradient important tendra à violer le critère de stabilité de Schwarzschild (Eq. 4.43), et à produire des mouvements convectifs. Des calculs détaillés montrent qu'en effet les étoiles massives possèdent des coeurs convectifs.

Dans les étoiles de plus faible masse ( $0.4 - 1.1 M_{\odot}$ ), la température des couches externes est suffisamment faible pour que l'opacité y soit importante. En effet, Kramers (1923) a démontré que l'opacité d'un milieu, si elle est dominée par les

absorptions bound-free (ionisation) ou free-free (bremsstrahlung), prend la forme :

$$\kappa \propto \frac{\rho}{T^{3.5}} \quad (4.101)$$

Cette approximation n'est pas valide aux faibles températures, où beaucoup de photons n'auront pas l'énergie suffisante pour ioniser les atomes. La variation de l'opacité avec la température (et la densité) est illustrée à la Fig. 4.9.

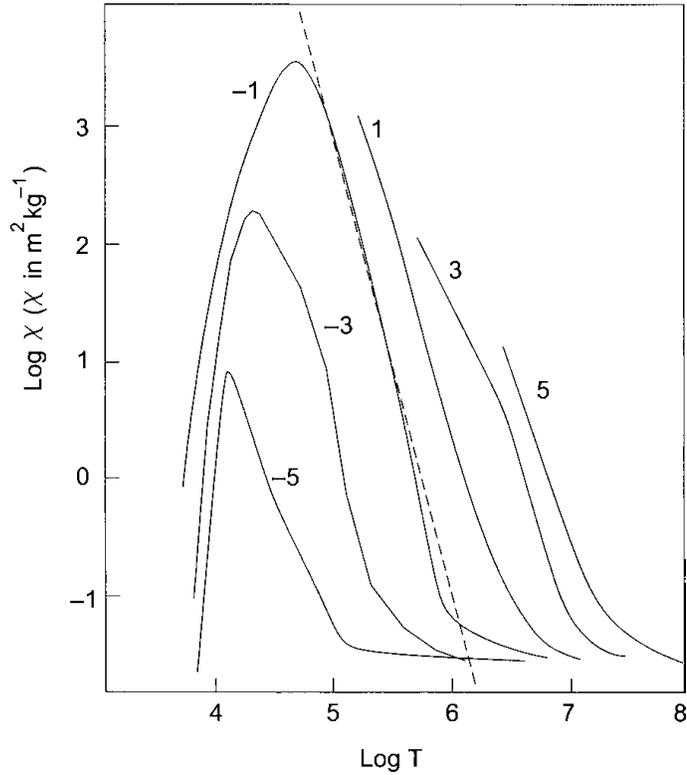


FIGURE 4.9 – Opacité de matière solaire en fonction de la température. Les différentes courbes correspondent à des densités différentes, avec les valeurs de  $\rho$  (en  $\text{kg m}^{-3}$ ) indiquées. La courbe pointillée représente l'opacité de Kramers (Eq. 4.101) pour une densité donnée. Source : Choudhuri.

La Fig. 4.9 montre donc que l'opacité sera importante dans les couches externes des étoiles peu massives. Si l'énergie est transportée radiativement, l'Eq. 4.29 montre que lorsque l'énergie est importante, le gradient de température va également être important, là encore violant le critère de Schwarzschild (Eq. 4.43) et produisant de la convection.

Le Soleil possède un coeur stable jusqu'à un rayon de  $0.7R_{\odot}$ , au-delà duquel la matière est convective, comme le prouvent les photographies de la granulation solaire (Fig. 4.10).

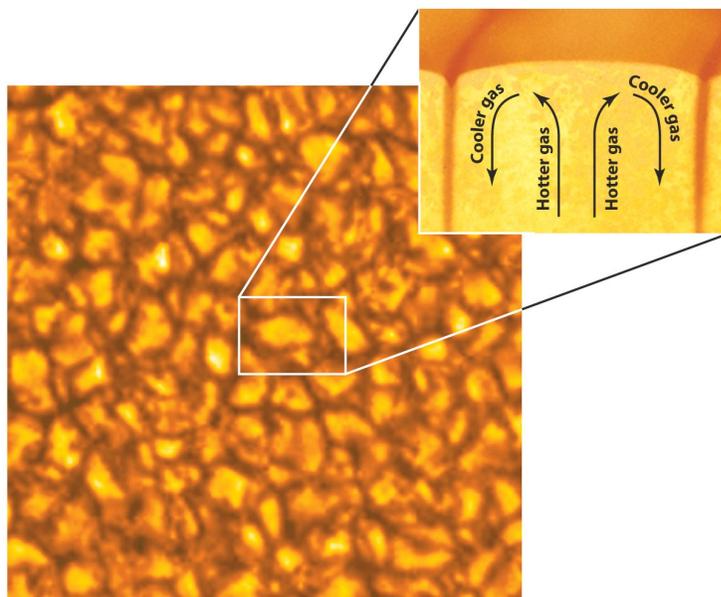


FIGURE 4.10 – Granulation solaire. Source : spaceplasma.tumblr.com

#### 4.5.6 Réaction $3 - \alpha$

A partir d'hydrogène et d'hélium, on pourrait espérer :

- 1 hydrogène et 1 hélium fusionnent pour former un noyau de masse 5
- 2 hélium fusionnent pour former un noyau de masse 8

Cependant, les expériences de laboratoire ont montré qu'il n'existe pas de noyaux stables de masses 5 et 8. La formation des noyaux plus lourds que l'hélium a été élucidée par Salpeter (1952) : c'est la réaction triple- $\alpha$  :



Plus précisément :



Comme cette réaction implique 3 particules, elle est beaucoup moins probable que des réactions impliquant 2 particules. De plus, la répulsion coulombienne est plus forte entre atomes d'hélium qu'entre les noyaux impliqués dans les réactions *pp*. Dans les conditions de l'Univers primordiale, cette réaction est hautement improbable et la nucléosynthèse n'a pas progressé au-delà de l'hélium. Dans les intérieurs stellaires, cependant, cette réaction se produit si  $T > 10^8$  K. Même alors, cette réaction serait trop lente si sa section efficace était non-résonnante. Hoyle (1954) a prédit l'existence d'une résonance ( ${}^8\text{Be} + {}^4\text{He}$  à presque exactement la même énergie qu'un état excité du  ${}^{12}\text{C}$ ) afin que cette réaction puisse produire le carbone fabriqué par les étoiles. Très peu de temps après, cette résonance fut observée en laboratoire, à l'énergie prédite par Hoyle<sup>10</sup>.

## 4.6 Evolution stellaire des étoiles simples ("back of the envelope")

La vie d'une étoile est une succession de phases de combustion nucléaire et de phases de contraction gravitationnelle.

Les étoiles de masses comprises entre  $0.001$  et  $0.07 M_{\odot}$  n'atteignent jamais des températures centrales assez élevées pour initier la combustion de l'H, et demeurent des *naines brunes*.

Les étoiles plus massives que  $0.07 M_{\odot}$  brûlent l'hydrogène dans leur coeur, sur la *séquence principale*. Des calculs détaillés montrent que les températures centrales des étoiles de la séquence principale ne sont pas assez élevées pour la réaction triple- $\alpha$ . Donc les étoiles de la séquence principale génèrent de l'énergie par la chaîne *pp* (pour les moins massives) ou par le cycle CNO (pour les plus massives).

Le diagramme HR schématique de la Fig. 4.11 illustre l'évolution d'une étoile de masse faible ou intermédiaire ( $0.07 M_{\odot} < M < 8 M_{\odot}$ ).

Si l'étoile n'est pas trop massive ( $M < 0.4 M_{\odot}$ ), sa température centrale ne sera jamais suffisamment élevée pour initier la réaction triple  $\alpha$  et l'étoile terminera en naine blanche avec un coeur d'hélium. Cependant le temps de vie sur la séquence principale des étoiles de masse inférieure à  $\sim 0.8 M_{\odot}$  est supérieur à

10. Fred Hoyle : "Since we exist, then carbon must have an energy level at 7.6 MeV". Ce fut une application couronnée de succès du principe anthropique

4.6. EVOLUTION STELLAIRE DES ÉTOILES SIMPLES ("BACK OF THE ENVELOPE") 131

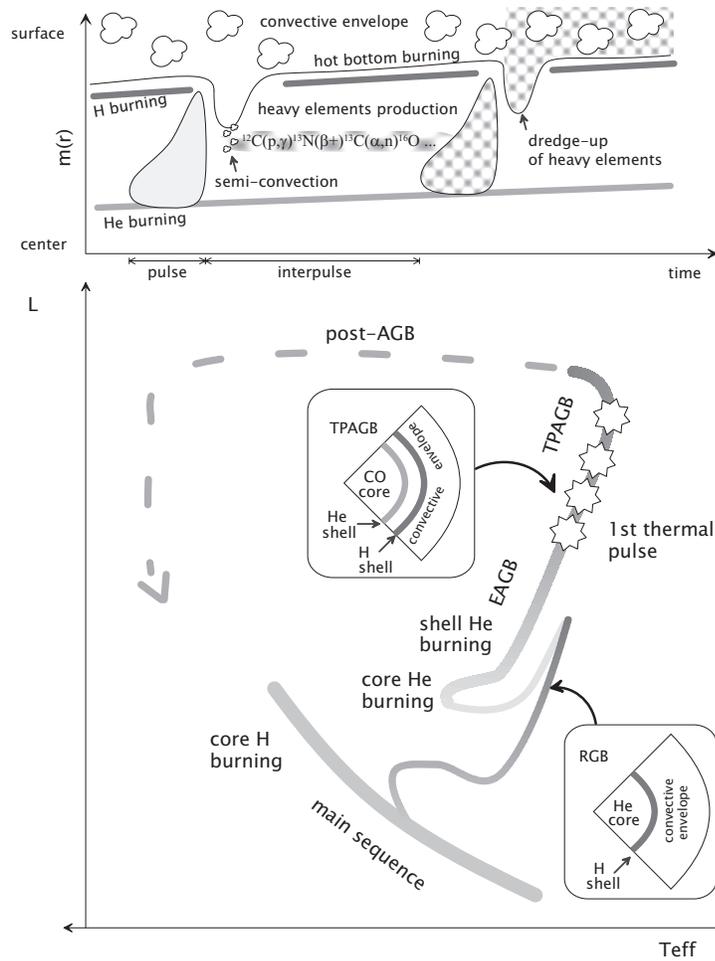


FIGURE 4.11 – Panneau inférieur : Evolution schématique, dans un diagramme HR, d'une étoile de masse faible ou intermédiaire ( $0.07M_{\odot} < M < 8M_{\odot}$ ). Panneau supérieur : évolution temporelle, vue en coupe, de la zone située entre les couches de combustion de l'H et de l'He sur l'AGB.

l'âge de l'Univers. On pense que le seul moyen de former actuellement des naine blanches d'hélium est via un transfert de matière dans un système binaire (l'étoile perd son enveloppe d'hydrogène).

Si l'étoile est plus massive que  $0.4 M_{\odot}$ , quand l'hydrogène central est épuisé, la combustion de l'hydrogène ne peut plus contre-balancer l'effondrement gravitationnel. La taille du coeur diminue, tandis que sa température augmente (cf Sect. 4.1.2). Cette augmentation de température produit une augmentation énorme de rayon de l'étoile, qui atteint la *première branche des géantes* (RGB : red giant branch) : elle devient une étoile géante rouge. La combustion de l'hydrogène a encore lieu dans une couche autour du coeur.

La température devient alors suffisamment élevée pour que des éléments plus lourds puissent fusionner (les éléments plus lourds fusionnent à plus grande température, car la barrière coulombienne à franchir est plus importante).

Dans les étoiles moins massives que  $1.85\text{-}2.2M_{\odot}$ , le coeur d'hélium résultant de la combustion de l'hydrogène sera dégénéré, et la combustion de l'hélium débutera de manière explosive (*flash de l'hélium*) au sommet de la RGB. On appelle ces étoiles des *étoiles de faible masse*. Les étoiles plus massives ( $1.85\text{-}2.2 M_{\odot} < M < 6 - 9M_{\odot}$ ; *étoiles de masse intermédiaire*) initient la combustion de l'hélium dans des conditions non dégénérées.

Dans le diagramme HR, la phase de combustion centrale de l'hélium se produit sur la *branche horizontale* (ou *clump*).

Lorsque l'hélium central est épuisé, se produit la combustion de l'hélium en couche, sur la *branche asymptotique des géantes* (AGB : Asymptotic Giant Branch). A partir d'une certaine luminosité se produisent des instabilités thermiques récurrentes de la couche l'hélium en combustion (sous la couche d'hydrogène en combustion) : les *pulses thermiques*. Cette partie de l'AGB est appelée *thermally pulsing AGB* (TP-AGB), par opposition à la phase précédente sur l'AGB, dite *Early-AGB* (E-AGB).

Lors de ces phases de géantes, les étoiles perdent de grandes quantités de matière par vents stellaires. Finalement, l'enveloppe de l'étoile est éjectée (phase *post-AGB*, ensuite parfois observée sous forme d'une *nébuleuse planétaire*) et ne demeure qu'un coeur de carbone et d'oxygène inerte qui va se refroidir indéfiniment : une naine blanche de CO.

Dans les étoiles dites *massives* (plus massives que  $11M_{\odot}$ ), lorsque l'hélium est épuisé, une succession d'autres réactions de fusion produisent les éléments jusqu'au fer (noyau dont l'énergie de liaison par nucléon est la plus élevée, Fig. 4.5). Au-delà du fer, les réactions nucléaires de fusion ne sont plus exothermiques. Ces étoiles-là subissent donc la fusion de H, He, C, Ne, O et Si puis finissent en *supernova*; leur coeur constitué d'éléments du pic du fer (i.e., de masse atomique  $A \sim 56$ ) s'effondre en *étoile à neutrons*, ou bien, si  $M > 25 - 50M_{\odot}$ , en trou noir.

#### 4.6. EVOLUTION STELLAIRE DES ÉTOILES SIMPLES ("BACK OF THE ENVELOPPE")133

Les étoiles de masses comprises entre  $6-9 M_{\odot}$  et  $11 M_{\odot}$  constituent des cas intermédiaires difficiles ; au moins certaines deviennent des super-AGB ; contrairement aux étoiles plus massives, le carbone fusionne à l'extérieur du centre dans un environnement semi-dégénéré ; il peut en résulter une naine blanche d'oxygène-néon.

Les terminus de l'évolution stellaire sont donc les naines blanches (He, CO, O-Ne), les étoiles à neutrons et les trous noirs. La masse maximale d'une naine blanche est la masse de Chandrasekhar qui vaut environ  $1.44 M_{\odot}$ <sup>11</sup>.

$$M_{\text{Ch}} = 2.018 \frac{\sqrt{6}}{8\pi} \left( \frac{hc}{G} \right)^{3/2} \frac{1}{m_H^2 \mu_e^2} \quad (4.105)$$

où  $h$  est la constante de Planck,  $m_H$  la masse de l'atome d'hydrogène et  $\mu_e$  le poids moléculaire moyen des électrons ( $n_e = \rho/(\mu_e m_H)$ , où  $n_e$  est le nombre d'électrons par unité de volume (densité)). La masse de Chandrasekhar correspond à la masse maximale qui peut être supportée par la pression due à la dégénérescence électronique. Si une étoile dont les électrons sont dégénérés possède une masse excédant la masse limite de Chandrasekhar, la pression de dégénérescence des électrons n'est plus suffisante pour contre-balancer la pression gravitationnelle, et les électrons forment, avec les protons du noyau, des neutrons. Le cœur (de fer) s'effondre donc en étoile à neutrons.

Notons que des constantes physiques caractéristiques de l'échelle atomique ( $h$  et  $m_H$ ) déterminent la masse maximale d'un objet comme une naine blanche. Cette interaction entre micro-physique (nucléaire ou atomique) et astrophysique est l'un des aspects fascinants de l'astrophysique : très souvent la micro-physique entraîne des implications majeures en ce qui concerne les objets astrophysiques, et vice-versa.

---

11. Pour une démonstration, voir par exemple Choudhuri Sect. 5.3, p 132

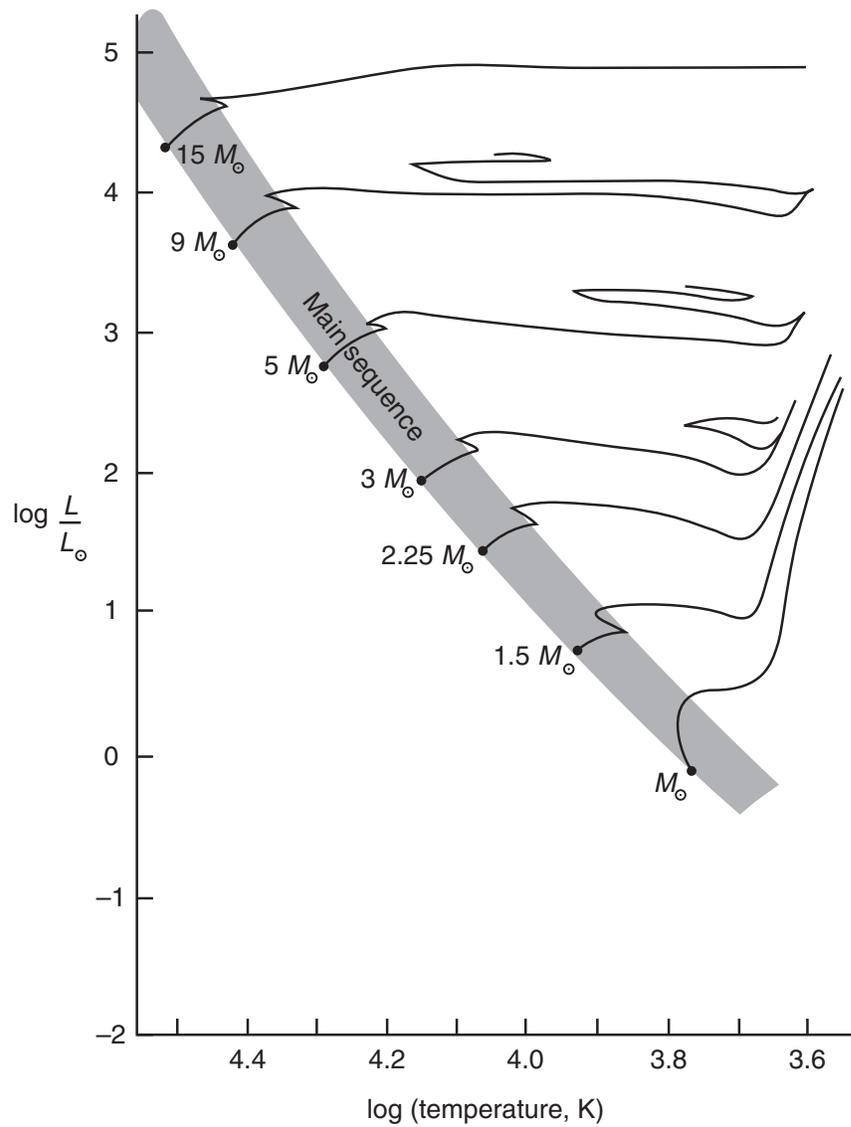


FIGURE 4.12 – Tracés évolutifs théoriques dans un diagramme HR pour des étoiles de différentes masses initiales. Source : Choudhuri

## 4.7 Nucléosynthèse des éléments plus lourds que le fer

On a vu que la fusion de noyaux plus lourds que le fer est endothermique et donc nécessite un apport d'énergie extérieur. La production d'éléments plus lourds que le fer peut néanmoins s'effectuer par capture de neutrons, à partir d'éléments du pic du fer, jusqu'aux éléments stables les plus lourds (Bismuth).

Si le temps caractéristique de capture de neutrons est lent (1 à 10 ans) par rapport au temps caractéristique de désintégration  $\beta^-$ , on est dans le cas du processus *s* (pour slow) et la nucléosynthèse suit la vallée de stabilité nucléaire dans le plan (N,Z) (Fig. 4.13). Les étoiles AGB de faible masse (et plus précisément la zone située entre les 2 couches d'H et d'He en combustion) sont un site stellaire reconnu du processus *s*, depuis que Merrill a observé, en 1965, du technetium (dont tous les isotopes sont instables; notamment la durée de vie de  $^{99}\text{Tc}$ , produit par le processus *s*, est de 210 000 ans, ce qui est court à l'échelle de l'évolution stellaire) à la surface de certaines étoiles AGB (étoiles de type spectral S, cf Fig. 4.16).

La combustion de l'He central dans les étoiles massives a été identifiée comme un autre site possible du processus *s*.

L'existence d'isotopes riches en neutrons qui ne sont pas sur le chemin du processus *s* nécessite le processus complémentaire, le processus *r* (pour rapid). On pense que ce processus se produit sur une échelle de temps de quelques centaines de millisecondes, par exemple lors de phases de combustion nucléaire explosives. Son site n'est pas encore bien identifié (explosion de supernovae? coalescence d'étoiles à neutrons?). Il permet de synthétiser les éléments lourds jusqu'au Th et à l'U.

Via des processus de mélange convectifs, les étoiles apportent parfois en surface les produits de leur nucléosynthèse. Des changements de composition chimique de surface sont alors visibles. Quelques exemples sont donnés aux Fig. 4.14, 4.15 et 4.16.

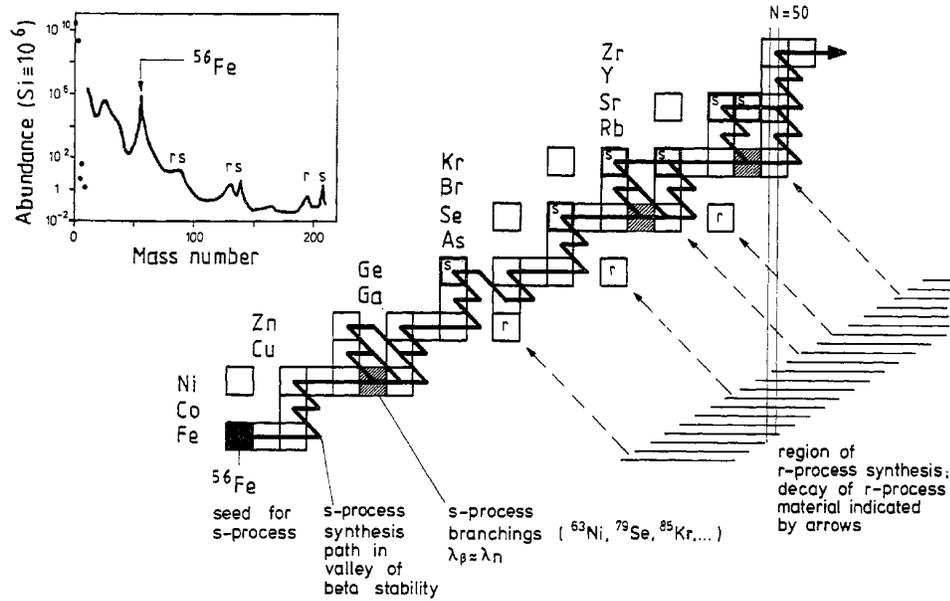


FIGURE 4.13 – Portion du plan  $(N, Z)$ ; processus  $s$  et processus  $r$  (Käppeler 1989, Rep. Prog. Phys. 52, 945-1013).

### Two S-type Stars

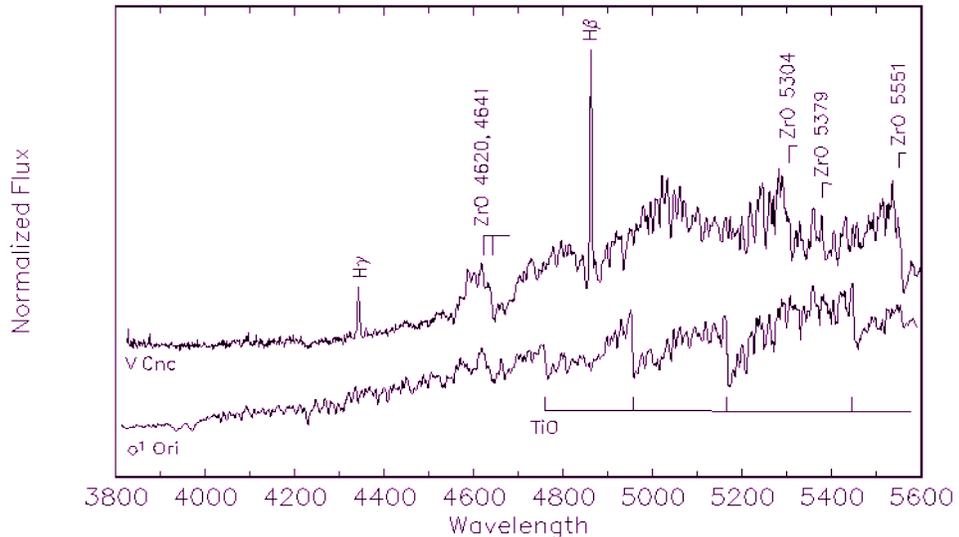


FIGURE 4.14 – Spectre d'une étoile S. Les bandes de ZrO sont clairement visibles en plus des bandes de TiO.

#### 4.7. NUCLÉOSYNTÈSE DES ÉLÉMENTS PLUS LOURDS QUE LE FER137

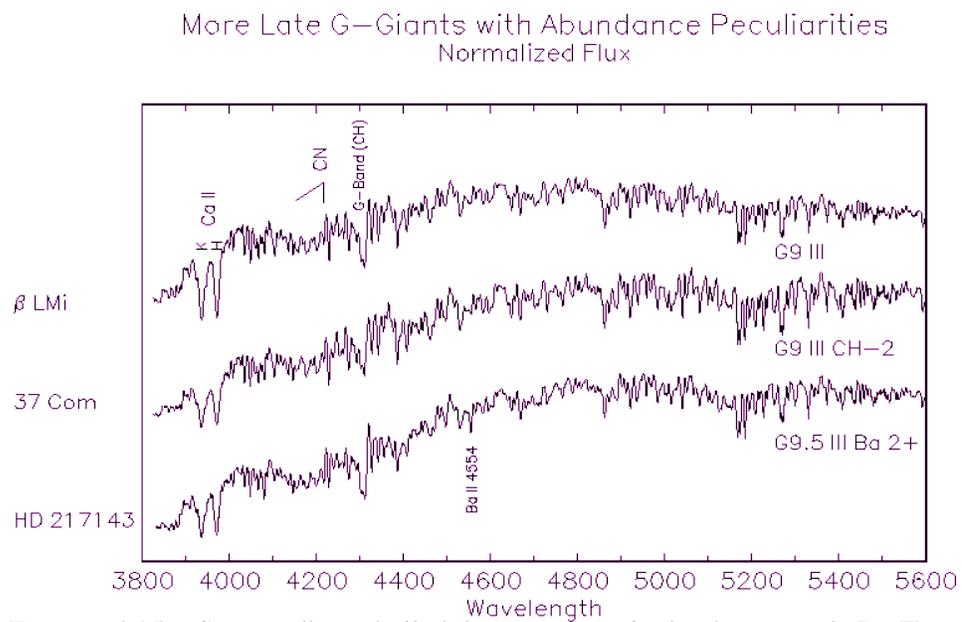


FIGURE 4.15 – Spectre d’une étoile à baryum. La raie de résonance de Ba II est clairement visible ainsi que les bandes de molécules carbonées.

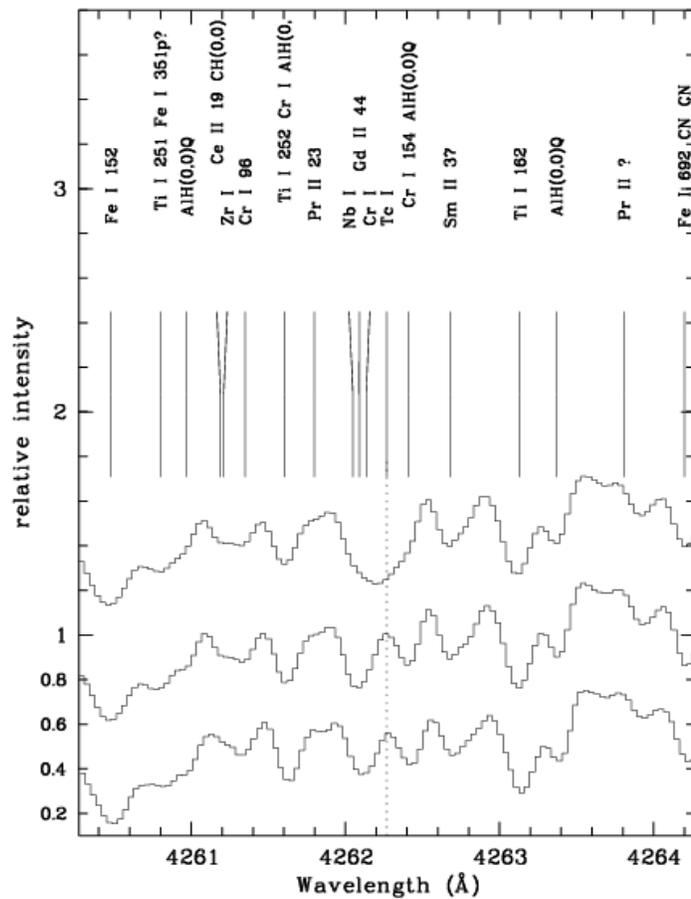


FIGURE 4.16 – Spectres d’une étoile enrichie (en haut) en technetium, et de deux étoiles dépourvues de Tc (en bas).

## 4.8 Systèmes binaires

De nombreuses étoiles appartiennent à des systèmes binaires ou multiples. La fraction de binaires semble dépendre de la masse : la plupart des étoiles massives semblent être binaires, tandis que la moitié des étoiles de masse solaire sont binaires.

### 4.8.1 Lobes de Roche

Si on trace les surfaces d'énergie potentielle constante dans le référentiel en rotation d'un système binaire, les surfaces équipotentielles proches de chaque étoile seront approximativement sphériques, mais seront déformées à plus grande distance à cause de l'influence gravitationnelle du compagnon. Il existe une surface équipotentielle particulière, dont les intersections avec un plan comprenant les deux étoiles forme un "8", c'est à dire deux lobes, qu'on appelle *lobes de Roche* (Fig. 4.17 et 4.18).

### 4.8.2 Evolution de systèmes binaires en interaction

Le transfert de matière d'une étoile à l'autre peut affecter drastiquement son évolution. Le moment cinétique d'un système binaire circulaire composé de 2 masses  $M_1$  et  $M_2$  et de séparation  $a$  s'écrit :

$$J = I\omega = \mu a^2 \omega \quad (4.106)$$

où  $I$  est le moment d'inertie et  $\mu$  la masse réduite  $\mu = M_1 M_2 / (M_1 + M_2)$ . On néglige le moment cinétique de spin des deux étoiles. Comme d'après la 3ème loi de Kepler (avec la période orbitale  $P$  et la fréquence angulaire  $\omega$  reliée par  $P = 2\pi/\omega$ ) :

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{a^3 \omega^2}{4\pi^2} = \frac{G(M_1 + M_2)}{4\pi^2} \quad (4.107)$$

On a alors :

$$J = \mu \sqrt{G(M_1 + M_2)} a \quad (4.108)$$

On suppose la conservation de la masse totale ( $M_1 + M_2 = \text{cte}$ ), et du moment cinétique :

$$\frac{dJ}{dt} = \sqrt{G(M_1 + M_2)} \left( \frac{d\mu}{dt} \sqrt{a} + \frac{\mu}{2\sqrt{a}} \frac{da}{dt} \right) = 0 \quad (4.109)$$

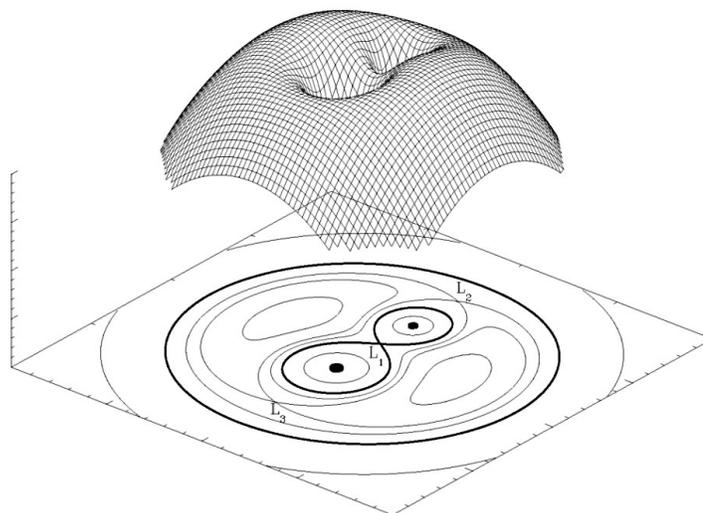


FIGURE 4.17 – Représentation tridimensionnelle du potentiel gravitationnel et des équipotentiels dans le référentiel en rotation.  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$  sont les points de Lagrange, où les forces résultantes sont nulles dans le référentiel en rotation (attraction gravitationnelle due aux 2 étoiles, et force centrifuge). Notez qu'en général  $L_1$  ne coïncide pas avec le centre de gravité du système. (Source : <http://hemel.waarnemen.com/Informatie/Sterren/hoofdstuk6.html>)

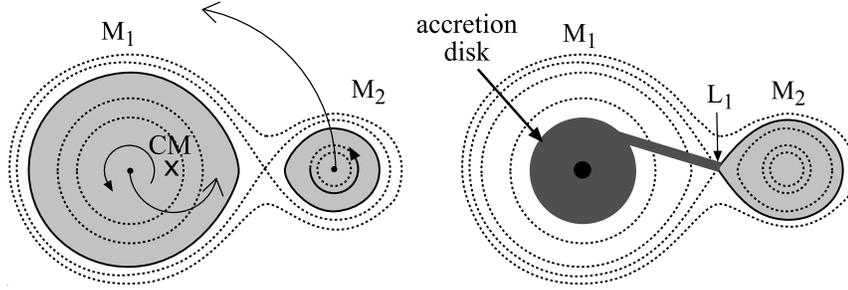


FIGURE 4.18 – Surfaces équipotentielles (traits pointillés) dans le référentiel en co-rotation d'un système binaire de rapport de masse  $M_1/M_2 = 5$ . A gauche : les étoiles sont à l'intérieur de leur lobe de Roche (et sont déformées par effet de marée). A droite : l'étoile secondaire (à droite) remplit son lobe de Roche. La matière traverse  $L_1$  et tombe sur le primaire, un objet compact. Dans un référentiel inertiel, la matière transférée possède un moment cinétique non nul. Un disque d'accrétion de forme donc autour de l'étoile primaire compacte. (Source : D. Maoz.)

Donc :

$$-\frac{2}{\mu} \frac{d\mu}{dt} = \frac{1}{a} \frac{da}{dt} \quad (4.110)$$

Exprimons  $\mu$  en fonction des masses des composantes. La conservation de la masse implique  $\dot{M}_1 = -\dot{M}_2$ , donc :

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{1}{M_1 + M_2} (\dot{M}_1 M_2 + M_1 \dot{M}_2) \quad (4.111)$$

$$= \frac{\dot{M}_1}{M_1 + M_2} (M_2 - M_1) \quad (4.112)$$

Et en remplaçant dans l'Eq. 4.110 :

$$2\dot{M}_1 \frac{M_1 - M_2}{M_1 M_2} = \frac{\dot{a}}{a} \quad (4.113)$$

Cette équation détermine comment la séparation et la période d'un système évoluent, en fonctions de la masse des constituants, du taux d'accrétion et de son signe. Par exemple, soit un système constitué de 2 étoiles de la séquence principale avec  $M_1 > M_2$  (définition de l'étoile "primaire"). L'étoile 1 sera la première à devenir une étoile géante rouge, à remplir son lobe de Roche et à transférer de la matière sur l'étoile 2. Comme  $\dot{M}_1 < 0$ ,  $\dot{a} < 0$  et les deux étoiles se rapprochent, la taille du lobe de Roche autour de 1 diminue, ce qui cause une augmentation du taux de transfert de matière. Si ce processus n'est pas interrompu (par exemple

parce que l'étoile 1 a atteint le sommet de l'AGB et devient une naine blanche), le système peut évoluer vers une *enveloppe commune* et la *coalescence*. Sinon, l'étoile 1 devient une naine blanche, et, plus tard, l'étoile 2 évolue sur la RGB et il se peut qu'elle remplisse son lobe de Roche. Un nouveau transfert de matière aura alors lieu avec cette fois  $\dot{M}_1 > 0$ . Si  $M_1 > M_2$ , alors  $\dot{a} > 0$ , ce qui peut causer un arrêt du transfert de matière (si le lobe de Roche devient plus grand que le rayon stellaire). Mais si  $M_1 < M_2$ , alors les deux étoiles se rapprochent une nouvelle fois, ce qui peut engendrer une enveloppe commune.

En fonction des paramètres (masses stellaires, période orbitale, excentricité, métallicité, taux de perte de masse, etc) il existe de nombreux schémas évolutifs différents. En outre, comme les étoiles perdent de la matière par vents stellaires, la masse totale et le moment cinétique total ne sont, en réalité, pas conservés. Les caractéristiques du très riche zoo d'étoiles binaires (ou coalescées) observées ne sont pas encore expliquées par les modèles d'évolution stellaire binaires, ni par les modèles de *synthèse de populations* actuels. Ceci constitue un domaine de recherche d'une grande actualité.

### 4.8.3 Exemple : les étoiles symbiotiques

Les étoiles symbiotiques sont des systèmes binaires composés d'une composante chaude accrétante (typiquement : une naine blanche ou une étoile de la séquence principale), d'une composante froide (typiquement : une géante K ou M) et d'une nébuleuse (Fig. 4.20).

La complexité de cet environnement conduit à des zones de températures et d'état d'ionisations très différents, augmentant ainsi la probabilité de processus PAR (Photoexcitation by Accidental Resonance). Le processus PAR le plus connu est la fluorescence Bowen : l'émission d'un ion (abondant) est partiellement absorbée par un autre (moins abondant).

Les mécanismes de fluorescence les plus intenses impliquent donc généralement les fortes raies de recombinaison H Ly  $\alpha$  (1215 Å), Ly $\beta$  (1016 Å) et la raie hydrogénoïde He II  $\alpha$  à 304 Å.

#### Fluorescence de raie (Bowen) dans les spectres d'étoiles symbiotiques

Aux températures typiques des nébuleuses symbiotiques ( $kTe \approx 1\text{eV}$ ), les collisions ne peuvent pas exciter des électrons depuis l'état fondamental vers les niveaux excités d'où proviennent les raies de O III observées dans l'optique et l'UV (Fig. 4.23). L'intensité anormale de ces raies fut expliquée par Bowen en 1935.

Par une remarquable coïncidence de longueurs d'onde, les transitions  $2p^2(^3P_2) - 2p3d(^3P_2^o)$  et  $2p^2(^3P_2) - 2p3d(^3P_1^o)$  de OIII sont caractérisées par des longueurs

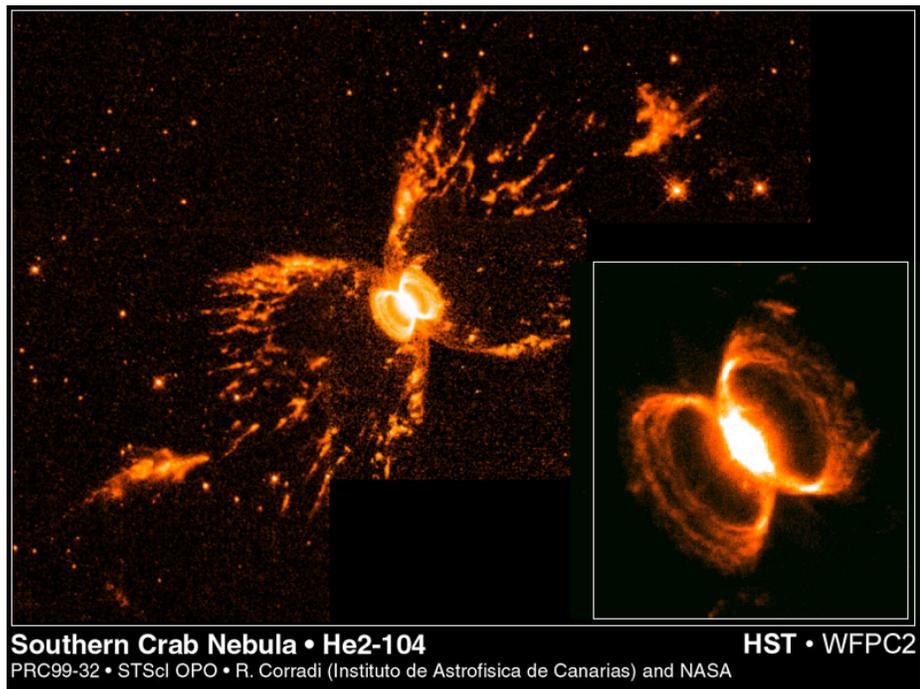


FIGURE 4.19 – Étoile symbiotique He2-104, composé d'une géante rouge (une étoile variable pulsante de type Mira) et d'une naine blanche. Crédit : R. Corradi, NASA

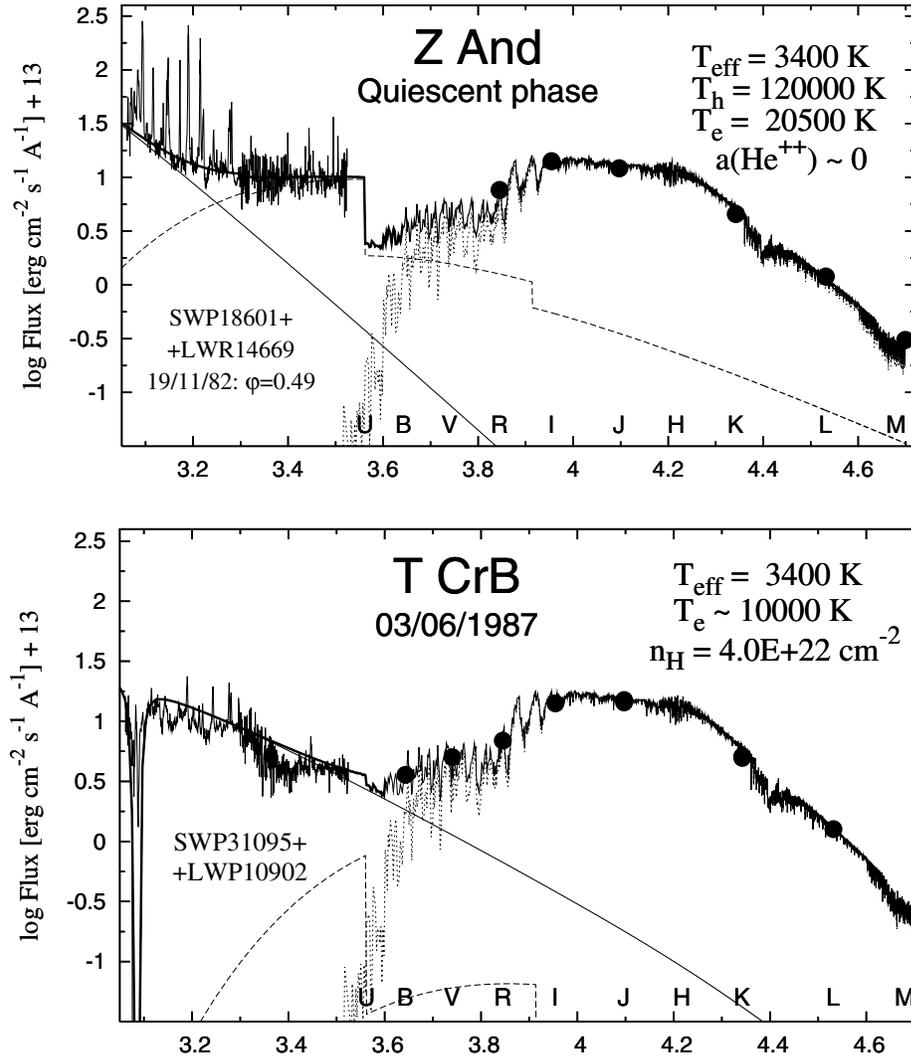


FIGURE 4.20 – Distribution d'énergie spectrale observée (spectres UV et photométrie visible et IR) et modélisée d'étoiles symbiotiques. L'axe des abscisses est gradué en  $\log(\text{longueur d'onde}/\text{\AA})$ . Skopal, A&A 440, 995–1031, 2005.

d'onde de, respectivement, 303.80 Å et 303.69 Å, alors que la raie Lyman  $\alpha$  de He II est à 303.78 Å. Le niveau  $2p3d^3P^o$  de OIII peut donc être excité par des photons Lyman  $\alpha$ .

Les cascades ultérieures du niveau  $2p3d^3P^o$  vers les niveaux  $2p3p^3P$ ,  $2p3p^3S$  et  $2p3p^3D$  produisent les raies Bowen principales, et des désexcitations ultérieures de ces niveaux  $2p3p^3L$  vers les niveaux  $2p3s^3P^o$  créent les raies "subordonnées" (Fig. 4.21 et 4.22).

La fluorescence Bowen dans les symbiotiques est également observée entre une raie de résonance de C IV (1548.187 Å) produisant une dizaine de raies de fluorescence de Fe II. De nombreuses raies de fluorescence de Fe II proviennent également de H Lyman  $\alpha$ . Ces raies de fluorescence contribuent au refroidissement de la nébuleuse.

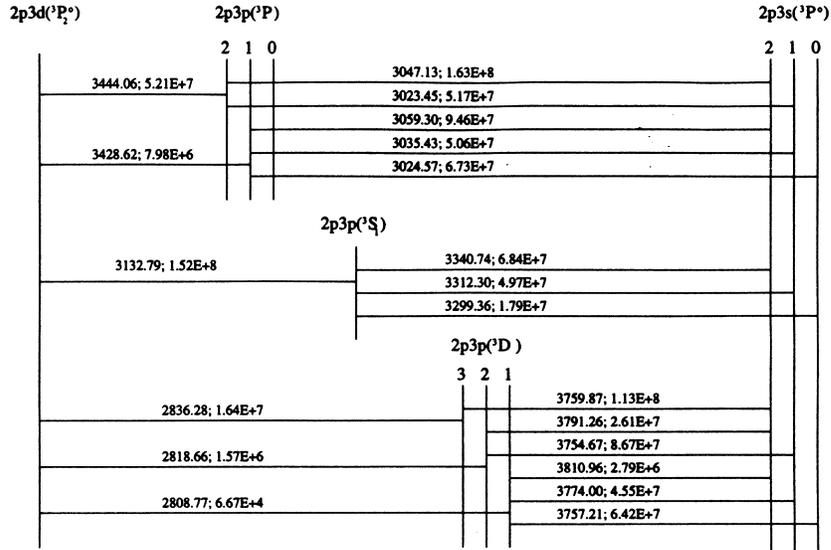


Figure 1. Bowen OI transitions produced following the excitation of the  $2p3d^3P_2^0$  level of  $O^{+2}$ . Transition rates ( $s^{-1}$ ) are from Froese Fischer (FF).

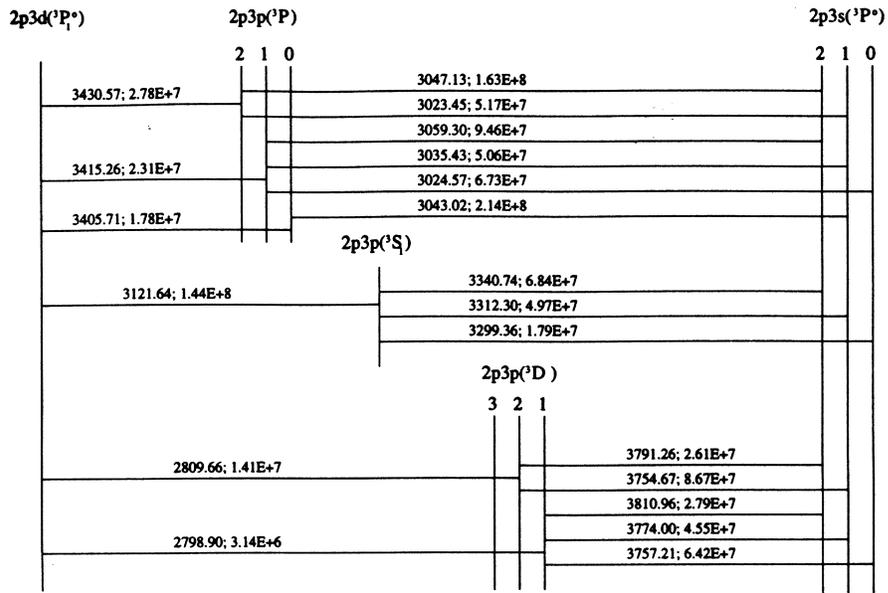


Figure 2. The same as Fig. 1, but for OIII transitions following the excitation of the  $2p3d^3P_1^0$  level.

FIGURE 4.21 – Fluorescence Bowen dans les étoiles symbiotiques. Pereira, Mon. Not. R. Astron. Soc. 309, 1074-1084 (1999)

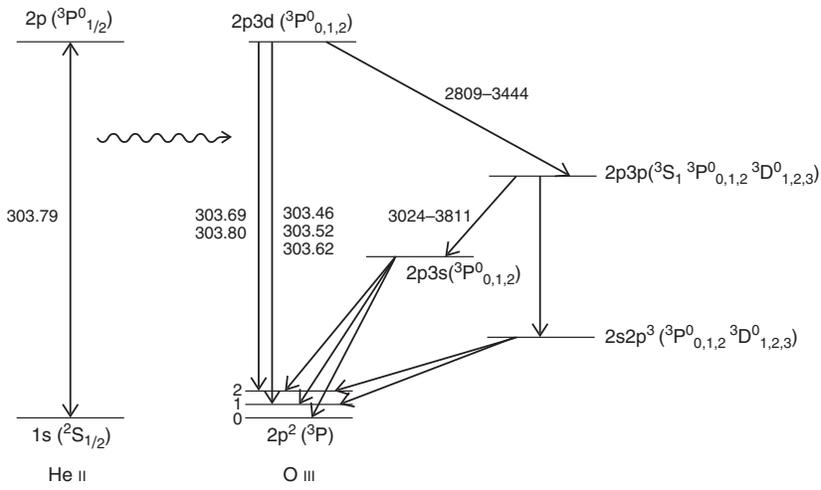
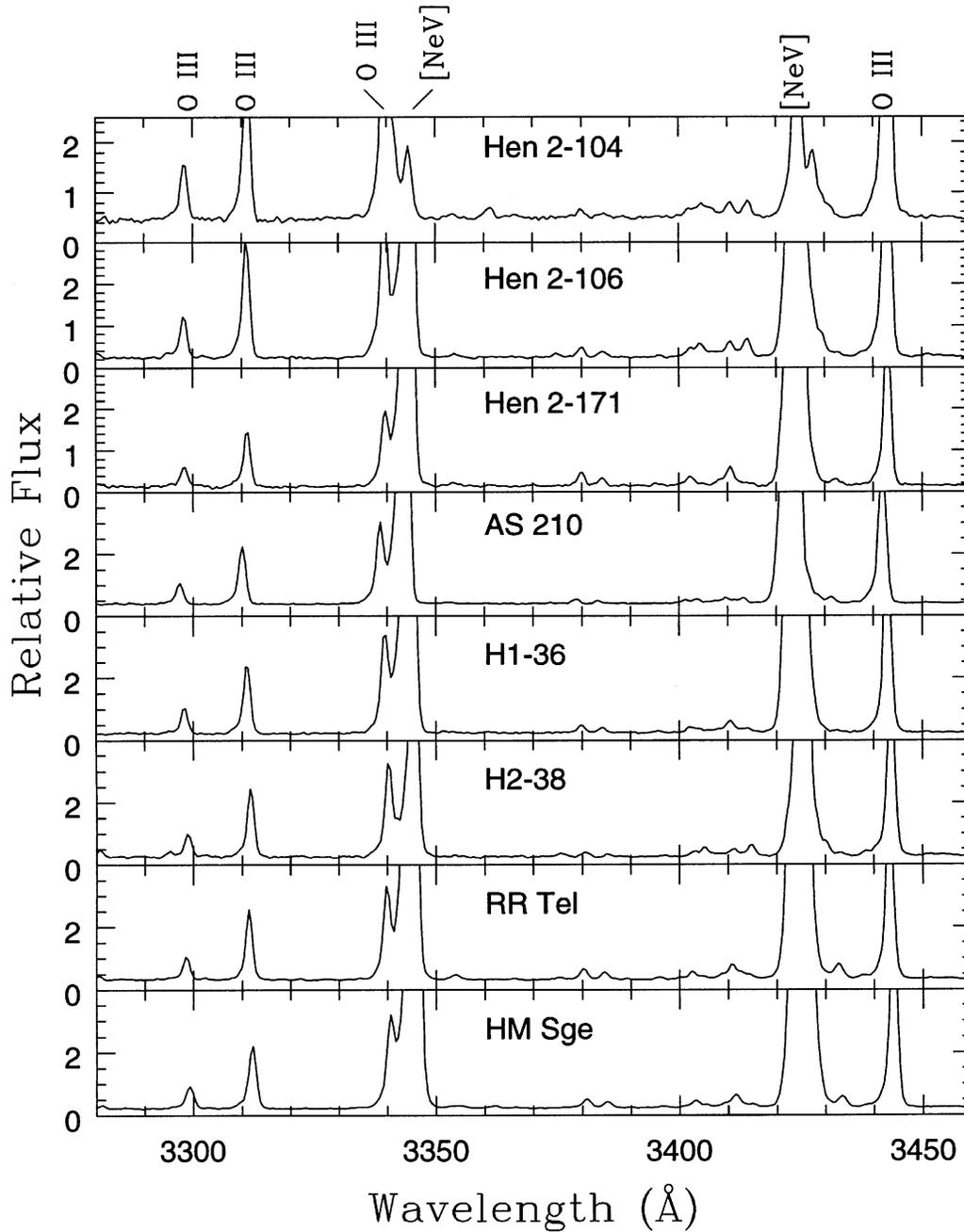


FIGURE 12.12 The Bowen fluorescence mechanism: 'resonant' excitation of O III lines by He II. Note that several transitions are grouped together because they are observationally unresolved, or for clarity.

FIGURE 4.22 – Fluorescence Bowen : excitation résonnante de O III par He II.  
(Source : Pradhan & Nahar)



**Figure 4.** Bowen lines of O III in the region 3280–3460 Å. Notice the strengths of the lines at 3340 and 3428 Å, blending respectively with [Ne v] $\lambda\lambda$ 3343 and 3425 in Hen 2-104.

FIGURE 4.23 – Spectres de raies de OIII de fluorescence Bowen dans les étoiles symbiotiques. Pereira, Mon. Not. R. Astron. Soc. 309, 1074-1084 (1999)

FE II LEVELS PUMPED BY LINES FROM HIGHLY IONIZED ELEMENTS		
Pumping line	Pumped level	$\lambda_{ch}^a$ (Å)
Si III] $\lambda$ 1892.030	$z^4G_{9/2}$	1892.078
	$x^4F_{5/2}$	1892.179
N IV $\lambda$ 1718.550	$z^4G_{5/2}$	1718.101
O III] $\lambda$ 1666.150	$y^4P_{5/2}$	1666.179
O III] $\lambda$ 1660.809	$z^2G_{9/2}$	1660.839
He II $\lambda$ 1640.474	$y^4G_{5/2}$	1640.152
[Ne V] $\lambda$ 1575.129	$x^4G_{7/2}$	1574.772
C IV $\lambda$ 1548.187	$y^4H_{11/2}$	1548.204
	$y^2D_{5/2}$	1548.679
	$w^2D_{3/2}$	1548.411
	$y^6F_{7/2}$	1548.028
N IV] $\lambda$ 1486.496	$u^4F_{3/2}$	1486.479
O IV] $\lambda$ 1401.157	$(^3D)4p \ ^4P_{3/2}$	1401.044
Si IV $\lambda$ 1393.755	$x^2H_{9/2}$	1393.814
N V $\lambda$ 1242.804	$v^2G_{7/2}$	1242.741
N V $\lambda$ 1238.821	$(^4P)4s4p \ ^4P_{5/2}$	1238.584
O V] $\lambda$ 1218.344	$(b^3F)4p \ ^4G_{9/2}$	1218.213
He II $\lambda$ 1084.942	$x^4H_{7/2}$	1085.903
	$x^4H_{9/2}$	1085.579
	$x^4H_{11/2}$	1084.992
	$u^2G_{9/2}$	1084.932
	$u^2G_{7/2}$	1084.388
O VI $\lambda$ 1031.912	$(a^3F)5p \ ^4D_{5/2}$	1032.041

<sup>a</sup>Wavelength of the Fe II channel.

TABLE 4.2 – Niveau de Fe II (longueur d’onde colonne de droite) peuplés par des raies d’éléments fortement ionisés (2 premières colonnes). (Eriksson et al., Rev Mex AA (Serie de Conferencias), 21, 132–136, 2004).

FE II LEVELS PUMPED BY H I $\lambda$ 1215.671			
Lower lev.	Pumped lev.	$\lambda_{ch}$ (Å)	obs <sup>a</sup>
$a^4D_{7/2}$	$(^5D)5p\ ^6F_{9/2}$	1217.848	R,A,V
$b^4P_{3/2}$	$(^4P)4sp\ ^2S_{1/2}$	1217.205	A
$a^4D_{3/2}$	$(b^3P)4p\ ^4P_{1/2}$	1217.152	R
$a^4D_{1/2}$	$(^5D)5p\ ^4D_{3/2}$	1216.523	R,A
$a^4D_{3/2}$	$(^5D)5p\ ^4P_{5/2}$	1216.239	R,A,V
$a^4D_{5/2}$	$(b^3P)4p\ ^4S_{3/2}$	1215.983	R,A,V
$a^4D_{5/2}$	$(^5D)5p\ ^4D_{5/2}$	1215.852	R,A
$a^4G_{11/2}$	$(^2F)4sp\ ^4G_{11/2}$	1215.183	R,A
$b^4F_{9/2}$	$(^2I)4sp\ ^4H_{9/2}$	1215.058	A
$a^4D_{1/2}$	$(^5D)5p\ ^4F_{3/2}$	1214.150	R
$a^4D_{3/2}$	$(^5D)5p\ ^4F_{5/2}$	1213.738	R

<sup>a</sup>Stars showing fluorescence lines: R=RR Tel, A=AG Peg and V=V1016 Cyg.

TABLE 4.3 – Niveau de Fe II peuplés par H I  $\lambda$  1215.671 (Eriksson et al., Rev Mex AA (Serie de Conferencias), 21, 132–136, 2004).

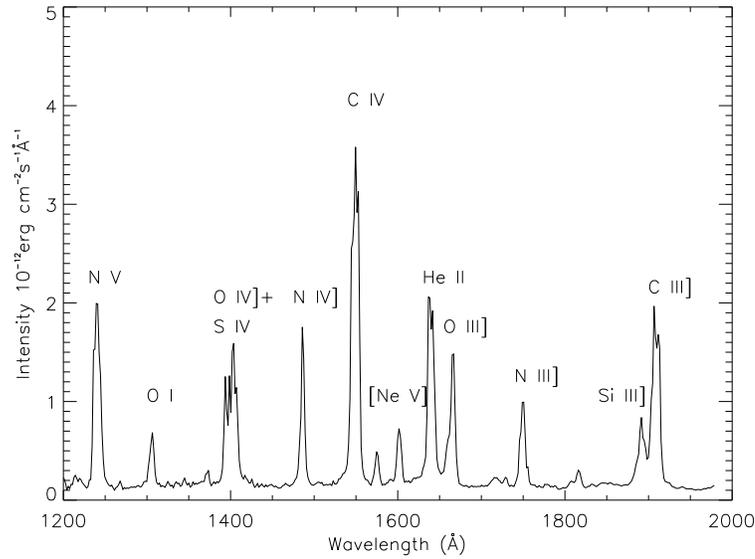


FIGURE 4.24 – Spectre basse résolution IUE de l'étoile symbiotique V1016 Cyg, montrant les fortes raies en émission d'éléments fortement ionisés typiques des étoiles symbiotiques. (Eriksson et al., Rev Mex AA (Serie de Conferencias), 21, 132–136, 2004).

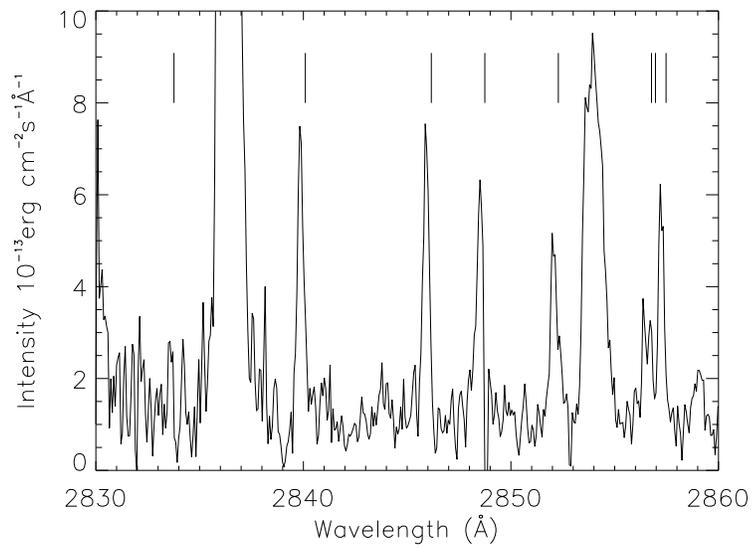


FIGURE 4.25 – Spectre haute résolution IUE de l'étoile symbiotique V1016 Cyg. Toutes les raies indiquées sont des raies de fluorescence de Fe II. (Eriksson et al., *Rev Mex AA (Serie de Conferencias)*, 21, 132–136, 2004).



## Chapitre 5

# Spectres stellaires et classification spectrale

L'intensité et le profil des raies spectrales qui se forment dans la photosphère des étoiles, ainsi que les espèces chimiques présentes (ions, molécules...), dépendent des conditions physiques photosphériques. On peut dès lors classer les étoiles en utilisant les critères suivants :

- Température de surface → type spectral
- Luminosité (ou Rayon) → classe de luminosité
- Composition chimique en surface → étoiles normales - étoiles particulières ; étoiles de métallicité solaire ou étoiles déficientes en métaux

### 5.1 Types spectraux

Classe	T° max (K)	T° min	couleur	raies d'absorption
O	60 000	30 000	bleue	azote, carbone, hélium et oxygène
B	30 000	10 000	bleue-blanche	hélium, hydrogène
A	10 000	7 500	blanche	hydrogène
F	7 500	6 000	jaune-blanche	métaux: fer, titane, calcium, strontium et magnésium
G	6 000	5 000	jaune(comme le soleil)	calcium, hélium, hydrogène et métaux
K	5 000	3 500	jaune-orange	métaux et oxyde de titane
M	3 500		rouge	métaux et oxyde de titane

TABLE 5.1 – Principaux types spectraux. Source : Jorissen

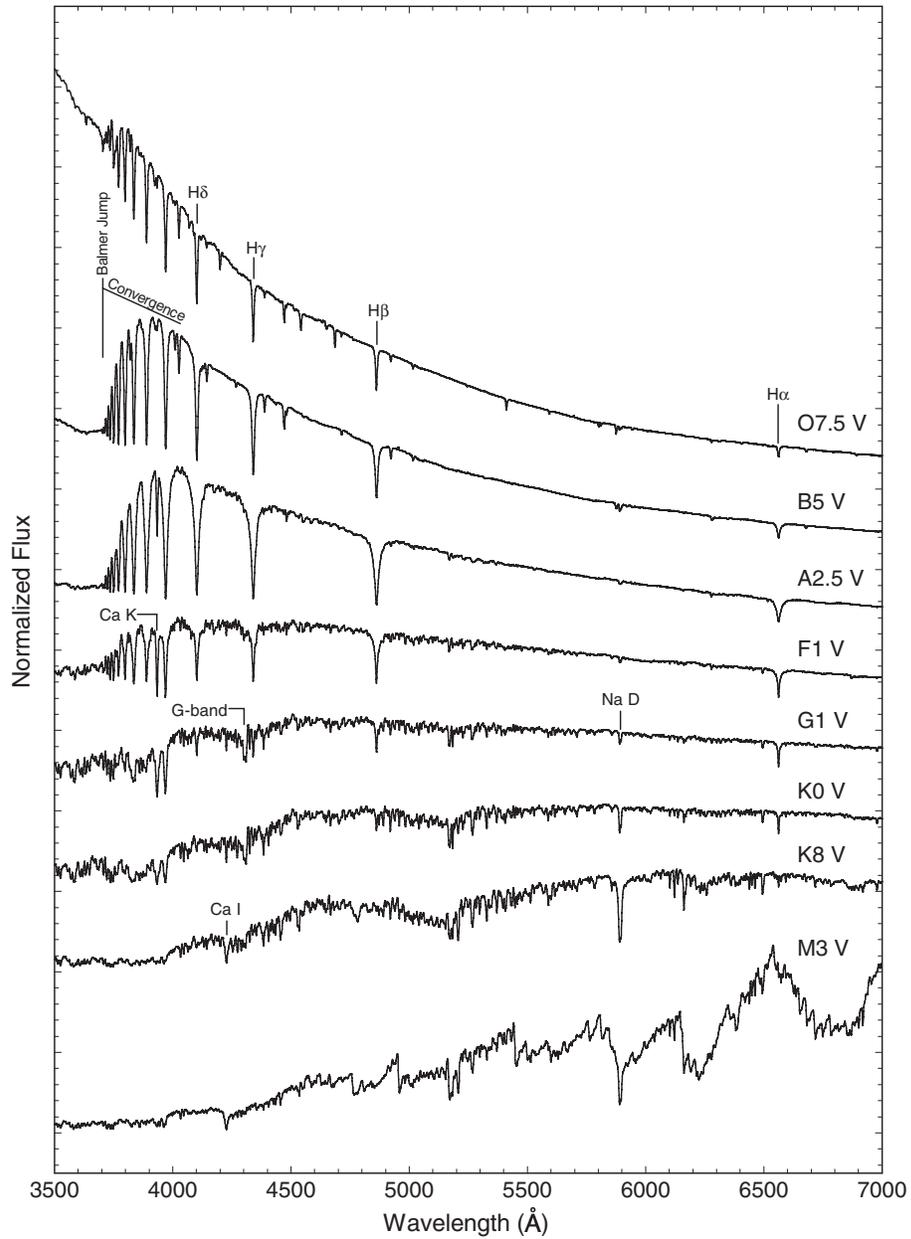


Figure 2.1 The OBAFGKM spectral sequence for main-sequence (dwarf) stars illustrating that the spectral sequence is ordered in terms of temperature. Here, the normalized stellar flux (the *energy distribution*) is plotted against wavelength. Some of the more prominent spectral features are marked, including the Balmer jump and convergence. The source of these spectra is the Indo-US coude-feed spectral library (Valdes et al. 2004). The spectra have been normalized at a common wavelength, and separated by one continuum unit for clarity, except for the bottom spectrum, which is offset by 2 units.

Des sous-types spectraux (0-9) ont également été introduits pour classer plus finement chaque étoile au sein d'un même type spectral. Par exemple, le soleil est de type G2.

## 5.2 Classes de luminosité

L'intensité des raies ne dépend pas que de  $T_{\text{eff}}$  mais aussi de la luminosité  $L$ . A type spectral donné, les étoiles les plus lumineuses ont les raies les plus étroites. En effet, les collisions des atomes rayonnants avec les électrons ou les atomes d'H (effet Stark : la position des niveaux d'énergie varie en fonction de l'intensité du champ électrique ambiant) sont une source d'élargissement des raies. L'élargissement des raies augmente si les collisions sont fréquentes, c'est-à-dire si la densité des électrons ou de l'hydrogène est grande. Or, la densité de l'atmosphère varie inversement au rayon. Les raies des étoiles naines seront donc plus larges que celles des étoiles géantes.

Par conséquent, la classification spectrale possède 2 dimensions :

- type spectral lié à la  $T_{\text{eff}}$
- classe de luminosité lié au rayon ou la luminosité intrinsèque :
  - I : supergéantes
  - II : géantes lumineuses
  - III : géantes
  - IV : sous-géantes
  - V : naines
  - VI : sous-naines

## 5.3 Composition chimique

Il existe de nombreux types d'anomalies chimiques dont plusieurs sont illustrés aux Fig. 5.7, 5.8, 5.9.

La classification spectrale s'est donc enrichie d'autres types spectraux : R, N, S, L, T...

TABLE 13-1 The Harvard Spectral Sequence

Spectral Type	Principal Characteristics	Spectral Criteria
O	Hottest bluish-white stars; relatively few lines; He II dominates	Strong He II lines in absorption, sometimes emission; He I lines weak but increasing in strength from O5 to O9; hydrogen Balmer lines prominent but weak relative to later types; lines of Si IV, O III, N III, and C III
B	Hot bluish-white stars; more lines; He I dominates	He I lines dominate, with maximum strength at B2; He II lines virtually absent; hydrogen lines strengthening from B0 to B9; Mg II and Si II lines
A	White stars; ionized metal lines; hydrogen Balmer lines dominate	Hydrogen lines reach maximum strength at A0; lines of ionized metals (Fe II, Si II, Mg II) at maximum strength near A5; Ca II lines strengthening; lines of neutral metals appearing weakly
F	White stars; hydrogen lines declining; neutral metal lines increasing	Hydrogen lines weakening rapidly while H and K lines of Ca II strengthen; neutral metal (Fe I and Cr I) lines gaining on ionized metal lines by late F
G	Yellowish stars; many metal lines; Ca II lines dominate	Hydrogen lines very weak; Ca II H and K lines reach maximum strength near G2; neutral metal (Fe I, Mn I, Ca I) lines strengthening while ionized metal lines diminish; molecular G band of CH becomes strong
K	Reddish stars; molecular bands appear; neutral metal lines dominate	Hydrogen lines almost gone; Ca lines strong; neutral metal lines very prominent; molecular bands of TiO begin to appear by late K
M	Cooler reddish stars; neutral metal lines strong; molecular bands dominate	Neutral metal lines very strong; molecular bands prominent, with TiO bands dominating by M5; vanadium oxide bands appear

TABLE A4-3 Stellar Characteristics by Spectral Type and Luminosity Class

Spectral Type	$M_v$			$B - V$			$T_{\text{eff}}(\text{K})$			BC	$R/R_{\odot}$			$M/M_{\odot}$		
	V	III	Ib*	V	III	I	V	III	I	V	V	III	I	V	III	I
O5	-6.0			-0.32	-0.32	-0.32	50,000			-4.30	18			40		100
B0	-4.1	-5.0	-6.2	-0.30	-0.30	-0.24	27,000			-3.17	7.6	16	20	17		50
B5	-1.1	-2.2	-5.7	-0.16	-0.16	-0.09	16,000			-1.39	4.0	10	32	7		25
A0	+0.6	-0.6	-4.9	0.00	0.00	+0.01	10,400			-0.40	2.6	6.3	40	3.6		16
A5	+2.1	+0.3	-4.5	+0.15	+0.15	+0.07	8200			-0.15	1.8		50	2.2		13
F0	+2.6	+0.6	-4.5	+0.30	+0.30	+0.24	7200			-0.08	1.3		63	1.8		13
F5	+3.4	+0.7	-4.5	+0.45	+0.45	+0.45	6700	6500	6200	-0.04	1.2	4.0	80	1.4		10
G0	+4.4	+0.6	-4.5	+0.60	+0.65	+0.76	6000	5500	5050	-0.06	1.04	6.3	100	1.1	2.5	10
G5	+5.2	+0.3	-4.5	+0.65	+0.86	+1.06	5500	4800	4500	-0.10	0.93	10	126	0.9	3	13
K0	+5.9	+0.2	-4.5	+0.81	+1.01	+1.42	5100	4400	4100	-0.19	0.85	16	200	0.8	4	13
K5	+8.0	-0.3	-4.5	+1.18	+1.52	+1.71	4300	3700	3500	-0.71	0.74	25	400	0.7	5	16
M0	+9.2	-0.4	-4.5	+1.39	+1.65	+1.94	3700	3500	3300	-1.20	0.63		500	0.5	6	16
M5	+12.3	-0.5	-4.5	+1.69	+1.85	+2.15	3000	2700		-2.10	0.32			0.2		

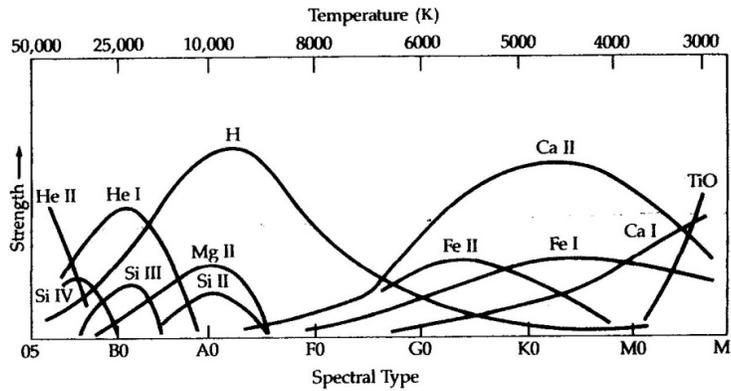
\*All class Ia stars have an absolute visual magnitude of -7.0.  
BC is bolometric correction.

**TABLE 8-3 Excitation and Ionization Potentials for Some Atoms**

Atom/ion	Excitation Potential* (eV)	$\lambda$ (nm)	Ionization Potential† (eV)	$\lambda_{\text{series limit}}$ (nm)
Hydrogen (1 e)	10.2	121.6	13.6	91.2
Helium (1 closed shell)	20.9	58.4	24.5	48.8
Lithium (1 filled shell, 1 outer e)	1.8	670.8	5.4	225.0
Neon (2 filled shells)	16.6	73.5	21.5	57.6
Sodium (2 filled shells, 1 outer e)	2.1	589.0	5.1	243.0
Magnesium (2 filled shells, 2 outer e)	2.7	457.1	7.6	163.0
Calcium (2 filled shells, 2 filled subshells, 2 outer e)	1.9	657.3	6.1	203.0

\*From ground state to first excited state.  
 †From ground state of neutral atom.

FIGURE 5.3 -



**FIGURE 13-6** Absorption lines and temperature. The strengths (equivalent widths) of the absorption lines for various ionic species are shown as a function of stellar temperature. These changes result in ionization-excitation equilibria as described by the Boltzmann-Saha equation.

FIGURE 5.4 -

Luminosity Effects at F0

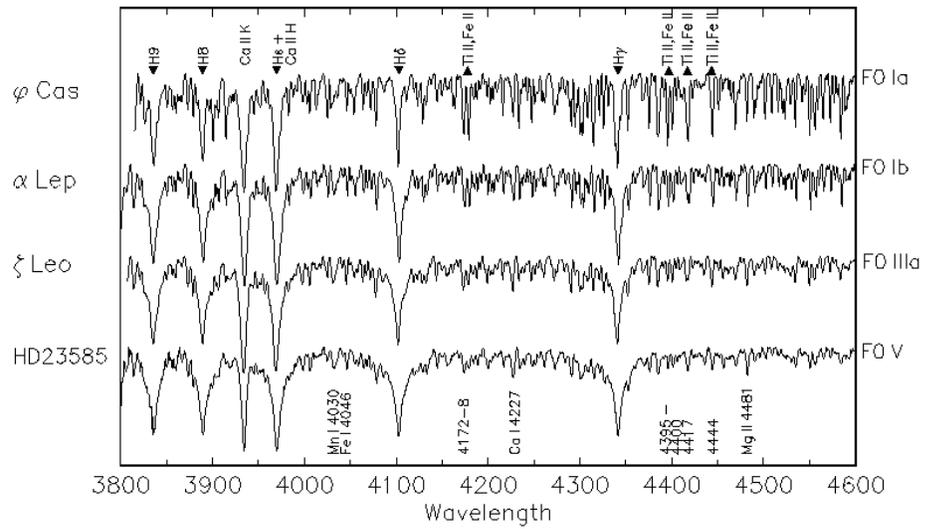


FIGURE 5.5 – Effet de luminosité. Crédit : Gray, <http://ned.ipac.caltech.edu/level5/Gray/>

Abondances des éléments dans le système solaire

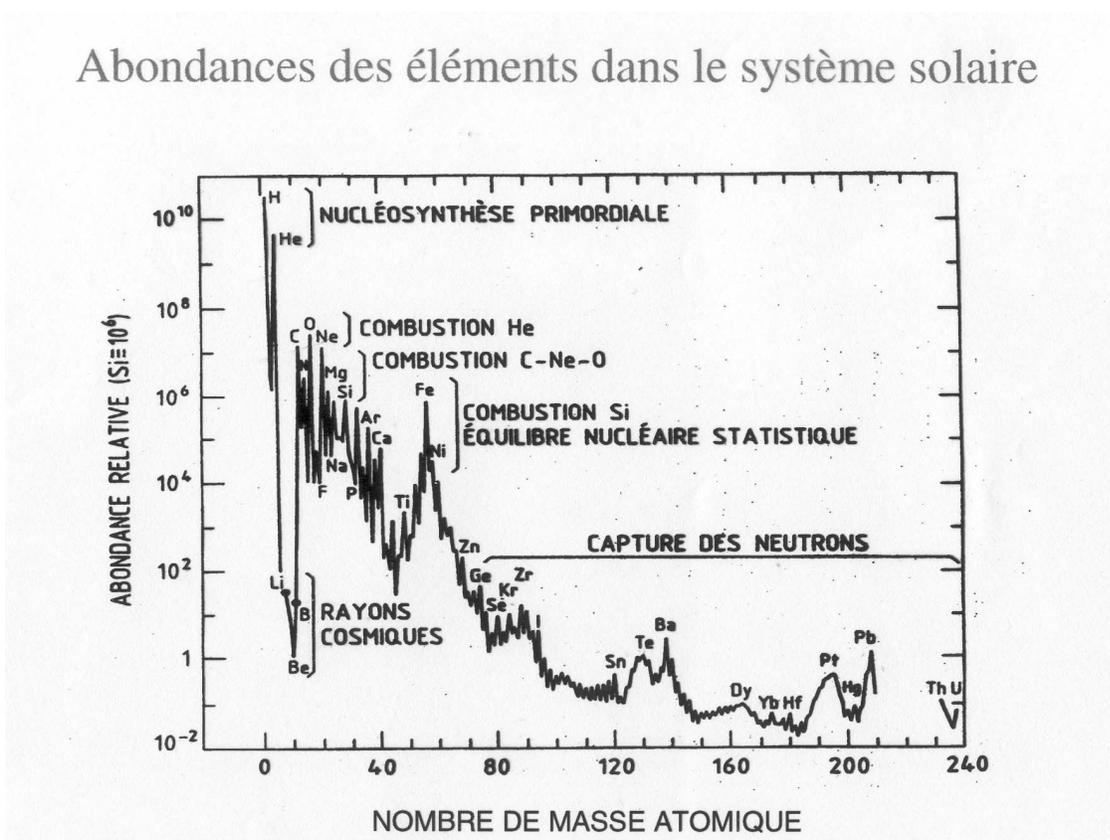


FIGURE 5.6 -

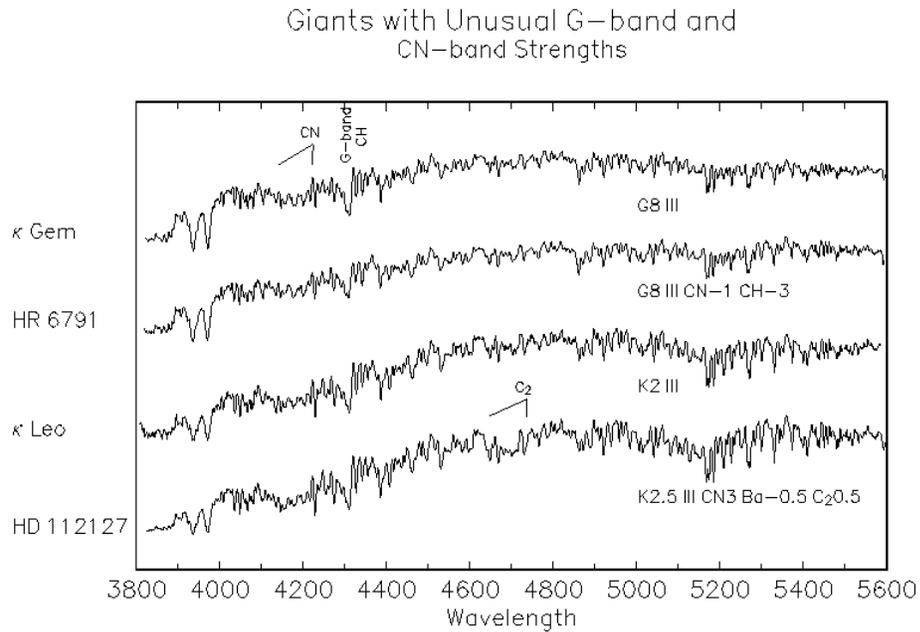


FIGURE 5.7 – HR 6791 is a G8 III (compare with the G8 III standard,  $\kappa$  Gem) with a weak CN 4216 Å band, and a very weak G-band (CH). Otherwise, the spectrum is fairly normal. HD 112127, a K2.5 III (compare with  $\kappa$  Leo, K2 III), on the other hand has an exceptionally strong CN 4216 Å band, seen here as a pronounced depression in the continuum shortwards of 4216 Å. In addition, it shows the 4737 Å C<sub>2</sub> Swan band, and a clear depression of the continuum in the vicinity of 5200 Å, most probably due to the 5165 Å C<sub>2</sub> Swan band. The strength of these molecular bands points to an abnormally high abundance of carbon in the atmosphere of this star. Crédit : Gray, <http://ned.ipac.caltech.edu/level5/Gray/>

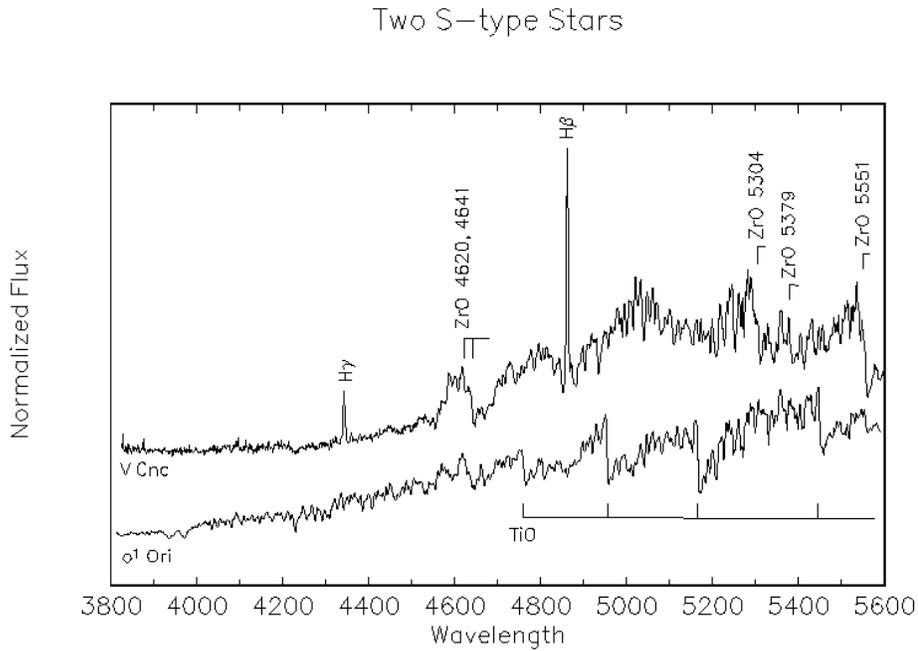


FIGURE 5.8 – S-type stars are defined as cool giants which show evidence of bands of ZrO in their spectra. V Cnc, a semi-regular variable star, shows pronounced bands of ZrO, whereas  $o^1$  Ori is a marginal S-type star, as it shows only marginal evidence of ZrO (see the ZrO bandhead at 5551Å, barely visible in  $o^1$  Ori). V Cnc shows almost no evidence for TiO in its spectrum, whereas the bands of TiO in  $o^1$  Ori are as strong as those in an M4 giant. The strong hydrogen emission lines in the spectrum of V Cnc are due to shock waves in its pulsating atmosphere. Some S-type stars also show molecular bands due to YO, VO and LaO. The chemical peculiarities in S-type stars are also thought to arise from the dredge-up of nuclear processed material from deep within the star. Crédit : Gray, <http://ned.ipac.caltech.edu/level5/Gray/>

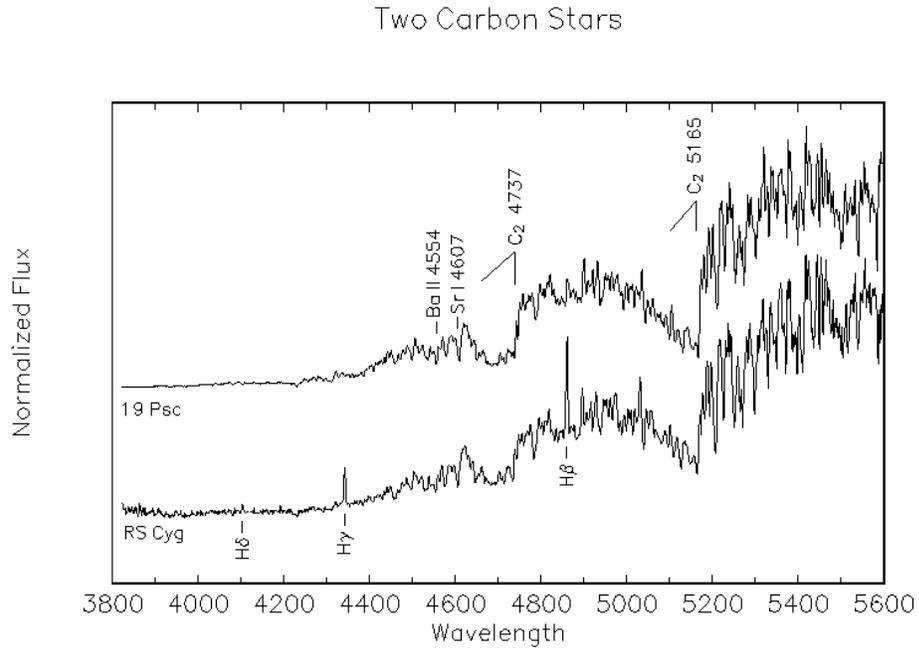


FIGURE 5.9 – Carbon stars tend to be cool giants (although dwarf carbon stars are known) with greatly enhanced bands of molecules involving carbon. Especially prominent in most carbon stars are the Swan bands of C<sub>2</sub>. Some carbon stars also show enhancements of the G-band (CH) and the CN bands. These two carbon stars show strong lines of barium and strontium, both s-process elements. It is thought that the excess carbon and s-process elements seen in the atmospheres of carbon stars are due to deep convection currents which dredge nuclear-processed material up from the core. Crédit : Gray, <http://ned.ipac.caltech.edu/level5/Gray/>

## 5.4 Diagramme de Hertzsprung – Russell

En 1911, deux astronomes, Hertzsprung et Russell, ont indépendamment tracé les mesures de magnitude apparentes d'étoiles d'amas (situées à la même distance, donc mesures de luminosités) en fonction de la couleur (donc la température) d'étoiles. Ce diagramme, dans lequel les axes sont logarithmiques et la température augmente vers la gauche, est maintenant connu sous le nom de diagramme HR. Comme la luminosité d'un corps noir est :

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (5.1)$$

les objets de rayon constant seront alignés sur des droites (Fig. 5.10).

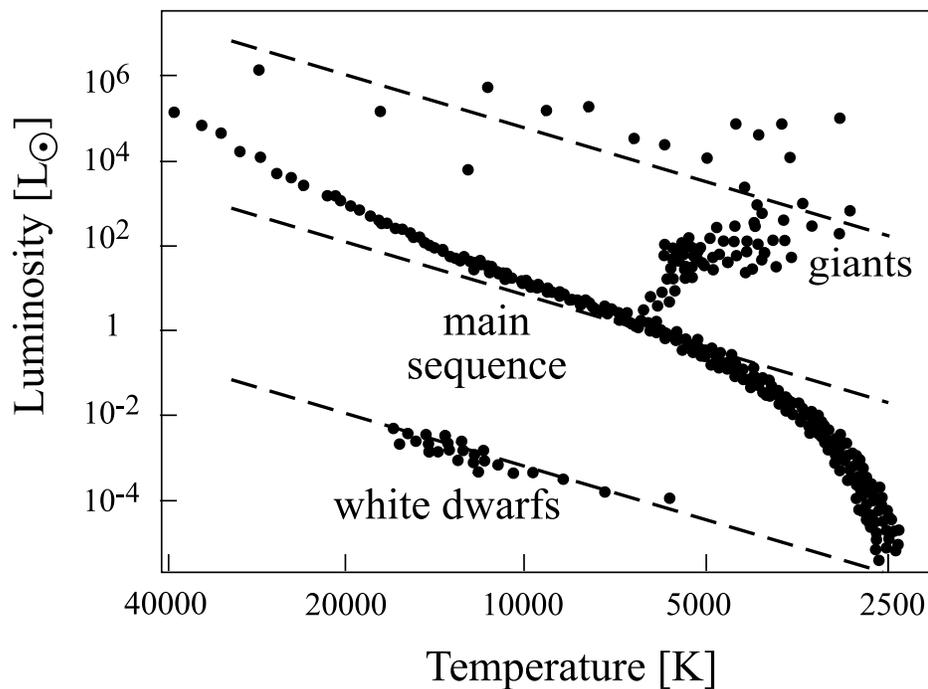


FIGURE 5.10 – Diagramme HR schématisé : luminosité en fonction de la température effective. Les traits pointillés représentent la relation luminosité-température pour des objets de rayons constants (de haut en bas :  $100R_{\odot}$ ,  $1R_{\odot}$  et  $0.01R_{\odot}$ ) (Source : Maoz).

### 5.4.1 Diagramme H-R du champ

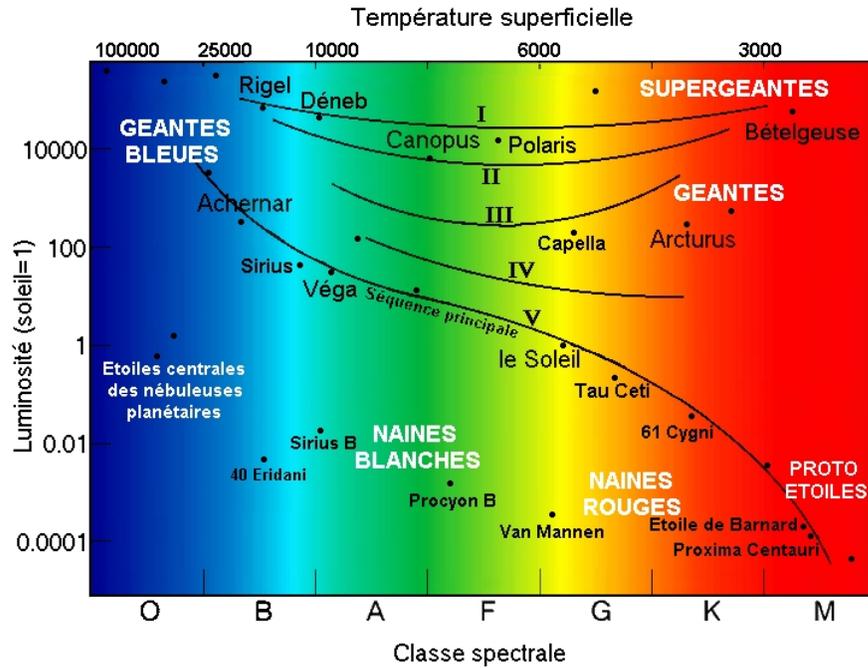


FIGURE 5.11 – Diagramme HR schématisé, classes de luminosité. Crédit : <http://www.astrosurf.com>

Ce diagramme couleur – magnitude joue un rôle de tout premier plan dans le développement de la théorie de l'évolution stellaire : il montre l'existence d'une corrélation empirique ( $T_{\text{eff}}$ ,  $L$ ) dans un diagramme couleur - magnitude ( $B - V$ ,  $M_V$ ).

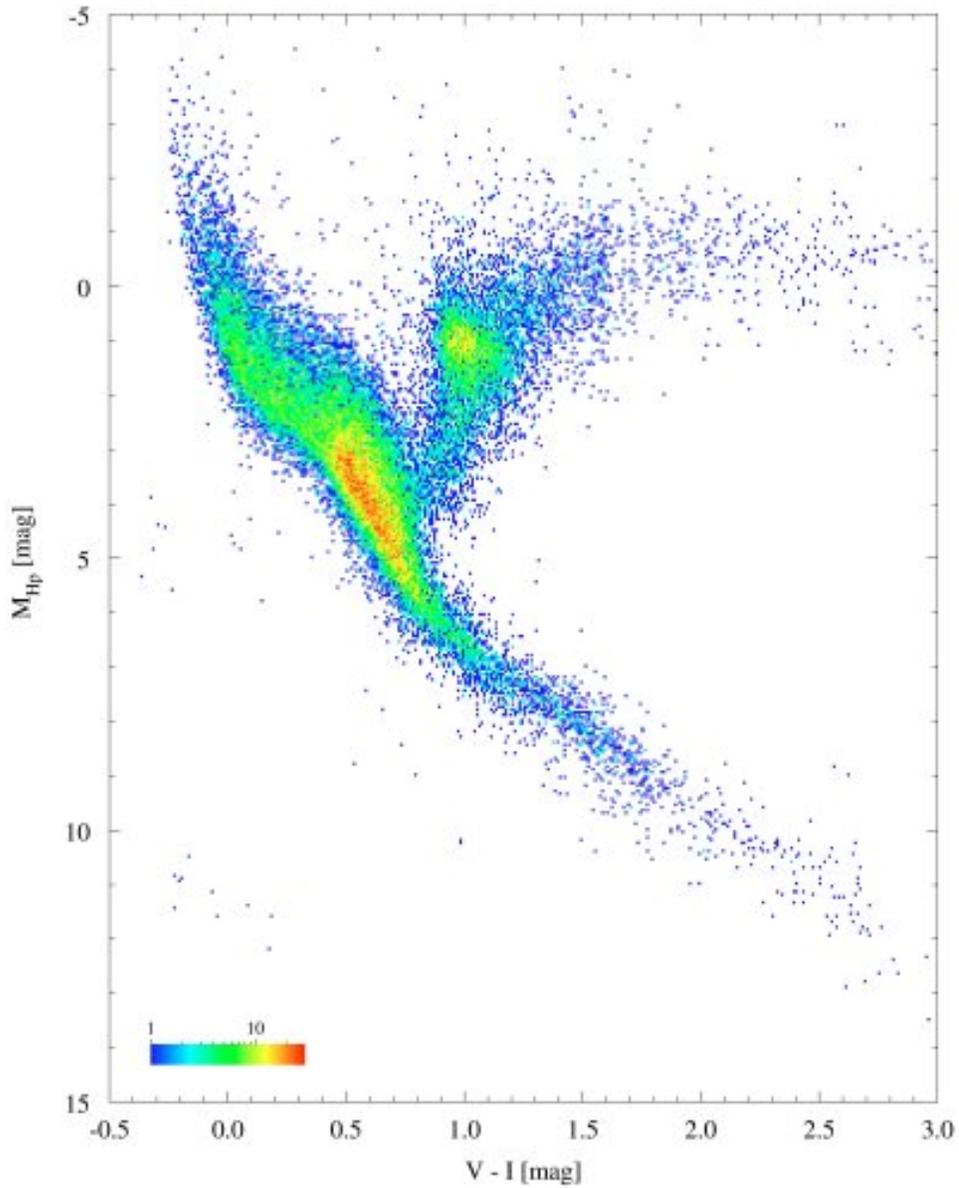


FIGURE 5.12 – Diagramme HR généré à partir des mesures de 41 453 étoiles par le satellite HIPPARCOS de l'ESA. L'échelle de couleur indique le nombre d'étoiles dans des cellules de  $0.01 \text{ mag}$  en  $V - I$  et  $0.05 \text{ mag}$  en  $M_{HP}$  (magnitude propre à HIPPARCOS). La densité d'étoiles dans le diagramme H-R est proportionnelle au temps caractéristique de l'évolution à ce stade. Crédit : ESA.

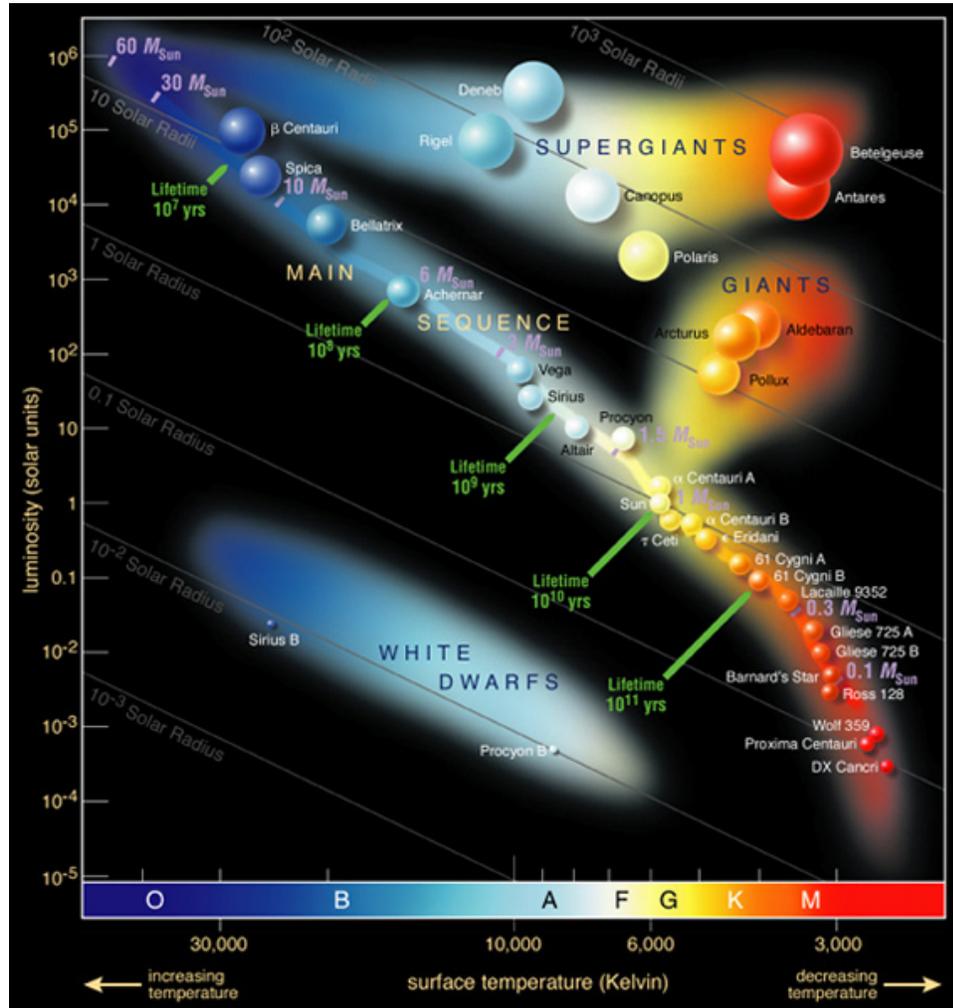


FIGURE 5.13 – Diagramme HR schématique. Crédit : Wikipedia.

### 5.4.2 Diagrammes H-R d’amas stellaires

Les étoiles se groupent :

- en grands systèmes : les galaxies (spiraales, elliptiques, irrégulières), qui peuvent eux-mêmes s’associer en amas ou superamas de galaxies ;
- en sous-systèmes : étoiles doubles ou multiples, associations (OB), amas globulaires (vieux), amas ouverts (jeunes, quasi-liés).

L’intérêt de l’étude d’un amas réside dans le fait qu’il contient des étoiles nées

- à peu près en même temps,
- à partir de matière de même composition.

Il contient donc, en première approximation, des étoiles de même âge et même composition chimique, à la même distance.

Les propriétés des différents types d’amas sont résumées à la Table 5.2.

TABLE 5.2 – Types d’amas

Amas	Nombre connu	Emplacement dans Galaxie	Nombre d’étoiles	Couleur dominante	Densité */pc <sup>3</sup>	Exemple
Globulaires	~ 120	Halo	10 <sup>4</sup> - 10 <sup>5</sup>	rouge	0.5 10 <sup>3</sup>	Hercule
Ouverts	~ 900	Disque	100 - 10 <sup>3</sup>	rouge-bleu	0.1-10	Hyades
Associations	~ 80	bras spiraux	10 - 100	bleu	0.01	Orion

La Fig 5.14 compare les diagrammes HR de deux amas et révèle la corrélation existant entre l’âge de l’amas et la morphologie de ce diagramme.

En effet, l’âge de l’amas peut être directement déduit de la localisation du point de rebroussement (“*turn-off*”) de la séquence principale. En effet, ce point de *turn-off* correspond aux étoiles qui viennent de quitter la séquence principale. La relation masse-luminosité permet de paramétrer la séquence principale en terme de masse :

- Si  $0 \leq M_{\text{bol}} \leq 7.5$ ;  $M > 1.1M_{\odot}$  :

$$M_{\text{bol}} \approx 4.6 - 10.0 \log M/M_{\odot} \quad (5.2)$$

ou

$$L/L_{\odot} = 1.2(M/M_{\odot})^4 \quad (5.3)$$

$$(5.4)$$

- Si  $7.5 \leq M_{\text{bol}} \leq 11$ ;  $M < 1.1M_{\odot}$  :

$$M_{\text{bol}} \approx 5.2 - 6.9 \log M/M_{\odot} \quad (5.5)$$

ou

$$L/L_{\odot} = 0.67(M/M_{\odot})^{2.76} \quad (5.6)$$

$$(5.7)$$

Il existe par ailleurs une relation entre la masse d’une étoile et sa durée de vie

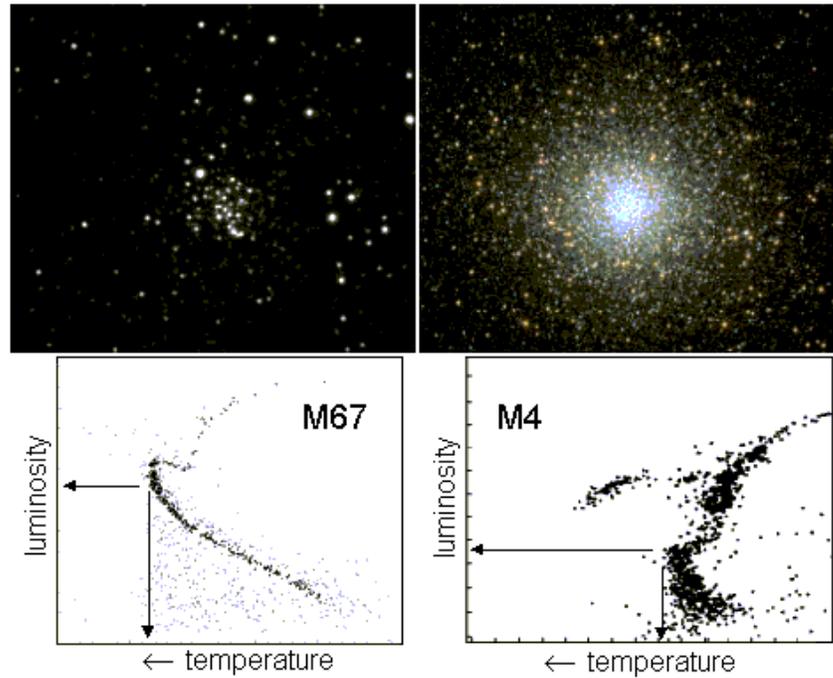


FIGURE 5.14 – Diagramme HR de deux amas, l’amas ouvert M67 (un amas jeune) et l’amas globulaire M4 (un amas vieux). La séquence principale est significativement plus restreinte pour l’amas vieux. La luminosité et la température des étoiles au *turn-off* permettent de dater ces amas. Crédit : Daniel Perley, <http://w.astro.berkeley.edu/~dperley/univage/univage.html>.

sur la séquence principale (MS, pour *Main sequence*) :

$$\tau_{\text{MS}} = 10^{10} \frac{M/M_{\odot}}{L/L_{\odot}} \quad (5.8)$$

$$= 10^{10} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-2} \quad (5.9)$$

$$(5.10)$$

On démontre ainsi le résultat annoncé entre position du ‘turn-off’ et âge de l’amas. Qualitativement, les étoiles massives évoluent beaucoup plus rapidement que les étoiles légères :  $\tau \approx 10^6$  ans pour  $M = 20 M_{\odot}$  alors que  $\tau \approx 10^{10}$  ans pour  $M = 1 M_{\odot}$ . Cette diminution de la durée de vie s’explique qualitativement par le fait que, bien qu’une étoile massive ait à sa disposition plus de combustible, son taux de combustion est beaucoup plus rapide (voir relation masse-luminosité), et au final, c’est le taux de combustion élevé qui possède l’impact dominant.

Enfin, on notera que la densité d’étoiles dans le diagramme HR est proportionnelle au temps caractéristique de l’évolution à ce stade.

### L’âge de l’Univers

Différentes méthodes sont utilisées pour dater l’Univers<sup>a</sup>.

- Les modèles cosmologiques : voir cours de cosmologie.
- Les méthodes radiométriques :

La loi de désintégration radioactive s’écrit :

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t) \quad (5.11)$$

donc, en notant  $N_0$  le nombre initial de particules :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (5.12)$$

On définit la demi-vie par :

$$N(t_{1/2}) = \frac{1}{2} N_0 \quad (5.13)$$

Donc :

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \quad (5.14)$$

Le choix de l’isotope est crucial. Si sa demi-vie est trop courte par rapport à la durée à estimer, les abondances résiduelles à mesurer seront trop faibles. Si la demi-vie est trop longue par rapport à la durée à estimer, la décroissance sera infime et les erreurs sur les âges déterminés seront de l’ordre de grandeur des âges eux-mêmes. Idéalement la demi-vie doit être du même ordre de grandeur que les âges attendus.

La demi-vie est mesurée en laboratoire pour chaque isotope. Les abon-

dances sont mesurées soit en laboratoire (échantillons) soit par spectroscopie (sources éloignées). L'estimation de la concentration initiale est délicate.

— La Terre et le système solaire :

Le rhénium-187 ( $^{187}\text{Re}$ ), thorium-232 ( $^{232}\text{Th}$ ) et l'uranium-238 ( $^{238}\text{U}$ ) ont été utilisés pour dater les roches terrestres et des météorites primordiales, et convergent vers une valeur de  $4.55 \times 10^9$  ans pour l'âge de la Terre.

— Les étoiles vieilles :

Les modèles de nucléosynthèse, ajustés aux abondances d'éléments non radioactifs, permettent d'estimer les abondances initiales d'éléments radioactifs (Fig. 5.15, Tab. 5.3). L'âge déterminé est l'âge moyen des supernovae dont les résidus ont formé l'étoile considérée.

— L'évolution stellaire :

En ajustant des modèles d'évolution stellaire aux points de *turn-off* des amas d'étoiles, on peut déterminer leurs âges (Fig. 5.14 et Tab. 5.4).

— Le temps de refroidissement des naines blanches :

Les naines blanches sont les points terminaux de l'évolution stellaire pour toutes les étoiles de masse initiale inférieure à environ  $10M_{\odot}$ . Elles constituent ce qui reste lorsque l'étoile a perdu son enveloppe : un cœur de carbone-oxygène (ou d'hélium dans certains systèmes binaires). Les naines blanches ont toutes approximativement la même masse et commencent leur évolution à environ la même température. En l'absence de réactions nucléaires ou chimiques, et de contraction gravitationnelle, leur taux de refroidissement est très simple. Donc en mesurant la luminosité et la température d'une naine blanche, on peut estimer la durée qui s'est écoulée depuis la fin de l'évolution de l'étoile qui l'a produite. Pour un échantillon suffisamment important de naines blanches, on peut espérer que les naines blanches les plus anciennes fournissent des contraintes utiles sur l'âge des plus anciennes étoiles. Ces mesures sont donc effectuées dans les amas globulaires (Fig. 5.16). Les âges des populations de naines blanches sont en général en bon accord avec les modèles cosmologiques (12-13 milliard d'années). Comme pour la méthode du *turn-off*, on applique une correction de 500 millions d'années supplémentaire pour l'âge de l'Univers.

— Conclusion :

TABLE 5.3 – Ages déterminés par datation radioactive dans des étoiles anciennes.

Authors	Isotope	Star	Age
Cowan et al. (1997)	$^{232}\text{Th}$	CS 22892-052	15.2 +/- 3.7 Gyr
Cowan et al. (1999)	$^{232}\text{Th}$	HD115444	15.6 +/- 4.6 Gyr
Cayrel et al. (2001)	$^{238}\text{U}$	CS 31082-001	12.5 +/- 3 Gyr
Wanajo et al. (2002)	$^{238}\text{U}$	CS 31082-001	14.1 +/- 2.5 Gyr

TABLE 5.4 – Ages de divers amas globulaires déterminés par ajustement de modèles au point de *turn-off*.

Authors	Age
Chaboyer et al. 1997	14.6 +/- 1.7 Gyr
Gratton et al. (1997)	11.8 +/- 2.3 Gyr
Reid et al. (1997)	12-13 Gyr
Chaboyer et al. (2001)	11.5 +/- 1.3 Gyr

La Table 5.5 résume les différentes estimations. Elles convergent vers un âge de l'Univers de  $13.5 \times 10^9$  ans, en bon accord avec l'estimation cosmologique  $13.7 \times 10^9$  ans.

a. <http://w.astro.berkeley.edu/~dperley/univage/univage.html>

TABLE 5.5 – Résumé de mesures récentes de l'âge de l'Univers

Méthode	Authors	Objet	Age
Cosmologique	Various		13.7 +/- 0.2 Gyr
Radiométrique :	Cowan et al. (1999)	HD 115444	14.5 +/- 3.0 Gyr
	Wanajo et al. (2002)	CS 31082-001	16 +/- 5 Gyr
<i>Turn-off</i> séq. principale	Gratton et al. (1999)	Multiple GCs	12.3 +/- 2.5 Gyr
	Chaboyer et al. (2001)	Multiple GCs	12.0 +/- 1.5 Gyr
Ref. naine blanche	Hansen et al. (2004)	M 4	12.8 +/- 1.1 Gyr

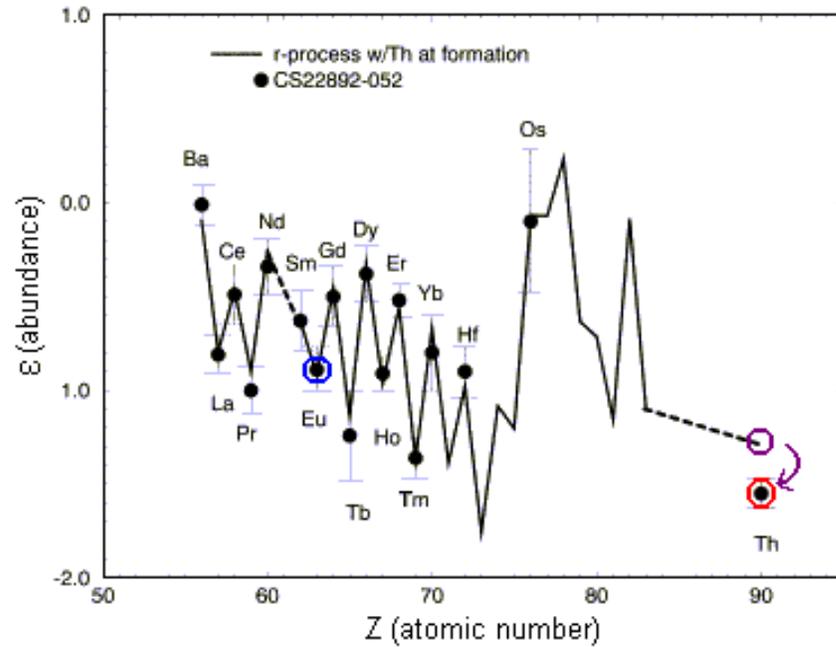
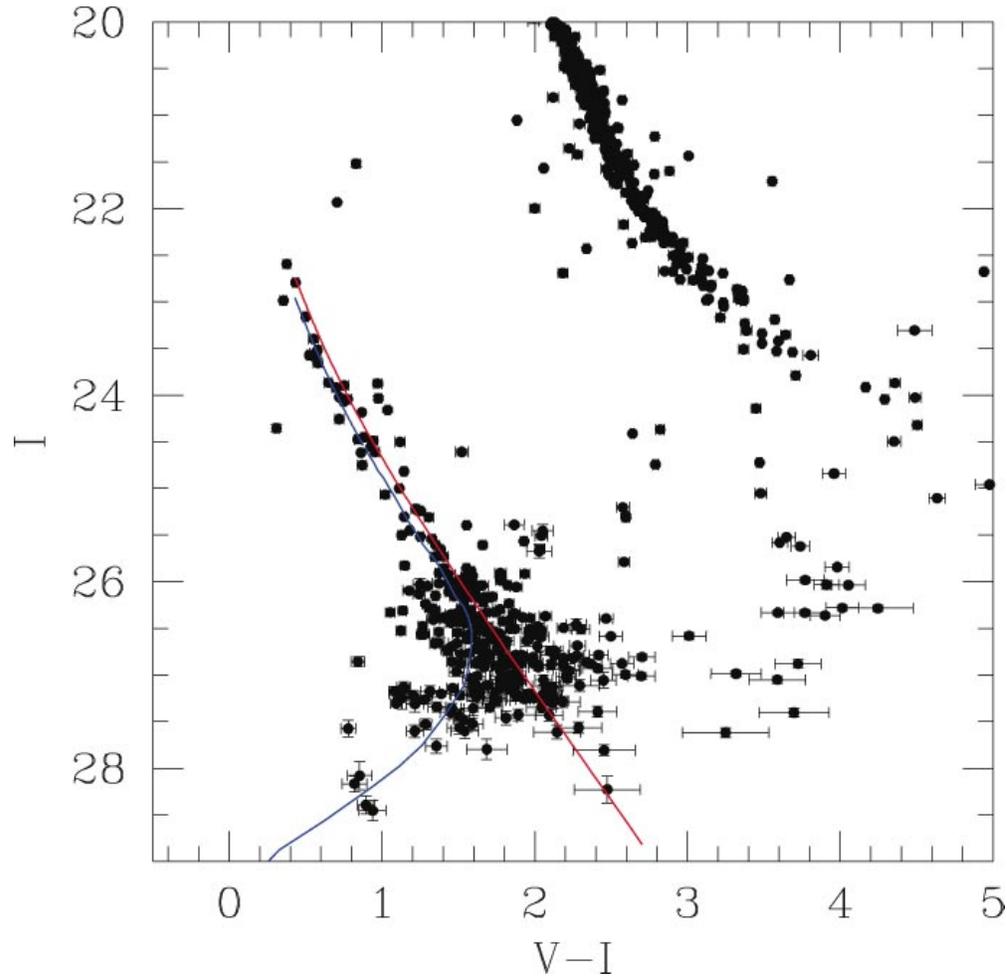


FIGURE 5.15 – Abondances prédites (trait continu) et observées (points) dans une étoile ancienne. L'accord entre le modèle et les observations est satisfaisant sauf en ce qui concerne le thorium, car le Thorium-90 s'est désintégré significativement. Crédit : Cowan 1997, ApJ 480, 246 (<http://adsabs.harvard.edu/abs/1997ApJ...480..246C>).



**Figure 8** Cluster members are shown, with approximate photometric error bars. The red and blue curves are cooling sequences for a  $0.6 M_{\odot}$  white dwarf with pure helium and pure hydrogen atmospheres, respectively.

FIGURE 5.16 – Diagramme couleur-magnitude de naines blanches dans un amas globulaire. Les naines blanches les plus chaudes sont en haut à gauche. Les naines blanches plus faibles et plus froides au centre de la figure refroidissent depuis longtemps ; leurs températures et luminosités sont utilisés pour dater l’amas. Les courbes rouges et bleues correspondent aux séquence de refroidissement pour des naines blanches de  $0.6M_{\odot}$  avec atmosphère d’hélium pur (courbe rouge) et d’hydrogène pur (courbe bleue). Une portion de la séquence principale de l’amas est visible en haut à droite. Crédit : Hansen & Liebert, 2003, ARA&A 41, 465 (<http://adsabs.harvard.edu/abs/2003ARA%26A...41..465H>).



## Chapitre 6

# Notre Galaxie

### 6.1 Introduction historique

L'observation du ciel nocturne révèle que les étoiles ne sont pas distribuées uniformément : une bande lumineuse étroite (la Voie Lactée) traverse le ciel le long d'un grand cercle, et un télescope modeste révèle aisément qu'elle est constituée d'innombrables étoiles. Herschel (1785) a suggéré que nous sommes au centre d'un disque formé d'étoiles. Au début du XX<sup>ème</sup> siècle, Kapteyn a entrepris un considérable travail de recensement photographique d'étoiles, en mesurant leurs mouvements propres afin d'estimer leurs distances. A partir d'une analyse statistique fouillée de ces données, il en déduisit que nous sommes au centre d'un disque allongé, d'épaisseur quelques centaines de parsec et de rayon quelques kpc (Kapteyn and van Rhijn, 1920, Kapteijn 1922). Ce modèle est appelé l'Univers de Kapteyn ; il fut détrôné par le travail de Shapley.

### 6.2 Le paradoxe d'Olbers

Supposons :

- qu'il n'y ait pas de matière interstellaire, donc pas d'opacité (extinction) interstellaire,
- que toutes les étoiles aient une magnitude absolue  $M$ ,
- qu'elles aient une densité spatiale uniforme.

On cherche à connaître le nombre  $N(m)$  d'étoiles plus brillantes que la magnitude apparente  $m$ .



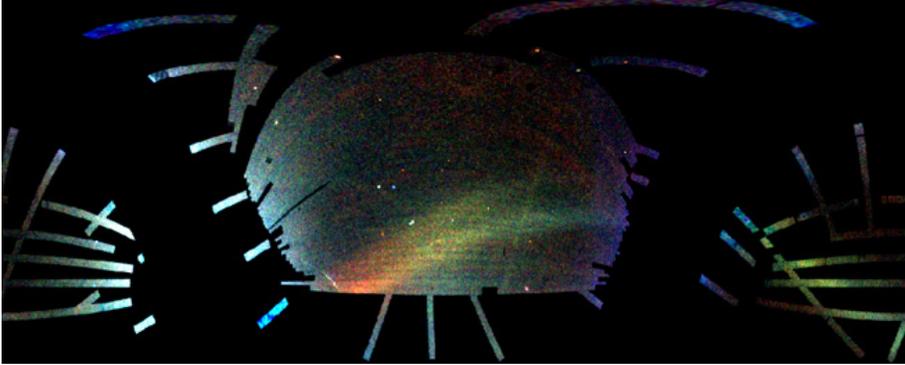


FIGURE 6.2 – Les courants d'étoiles du halo, tels que tracés par les étoiles du turn-off. Le code de couleur indique la distance, le rouge indique les étoiles distantes, le bleu les étoiles plus proches. On remarque la richesse du halo galactique, dominé par les "trainées de marées" (tidal trails) complexes engendrées par la galaxie naine sphéroïdale du Sagittaire. (Crédit : SDSS : Sloan Digital Sky Survey, Belokurov et al, 2006, ApJ, 642, L137).

D'après l'Eq.3.6,

$$d = 10^{1+0.2(m-M)} \text{ pc} \quad (6.1)$$

Donc toutes les étoiles situées à l'intérieur d'une sphère de volume  $(4/3)\pi d^3$  centrée sur la Terre apparaîtront plus brillantes que la magnitude apparente  $m$ . Le nombre de ces étoiles est donc proportionnel à  $d^3$  (constante de proportionnalité  $C_1$ ) :

$$N(m) = C_1 10^{0.6m} \quad (6.2)$$

Donc si le nombre d'étoiles observées plus brillantes que  $m$  obéit à l'Eq. 6.2, alors on peut en déduire que ces étoiles sont uniformément distribuées jusqu'à la distance  $d$  dépendant de  $m$  via l'Eq. 6.1. En revanche, si  $N(m)$  décroît en-dessous de la valeur prédite par l'Eq. 6.2 au-delà d'une certaine valeur de  $m$ , alors c'est qu'on a atteint la limite physique du système à la distance correspondant à cette valeur de  $m$ . Ce test peut aussi être appliqué pour étudier la distribution des galaxies autour de notre Galaxie.

Si l'Univers était infini et uniformément peuplé d'étoiles, alors on peut montrer facilement que la luminosité du ciel serait infinie. Ce résultat est connu comme

le *paradoxe d'Olbers* (Olbers 1924). Définissons l'incrément du nombre d'étoiles  $A(m)$  comme le nombre d'étoiles de magnitude apparente comprise entre  $m$  et  $m + dm$  :

$$A(m) = \frac{dN(m)}{dm} = C_2 10^{0.6m} \quad (6.3)$$

avec  $C_2 = 0.6C_1 \ln(10)$ .

D'après l'Eq. 3.1, la luminosité reçue d'une étoile de magnitude apparente  $m$  peut s'écrire :

$$l(m) = l_0 10^{-0.4m} \quad (6.4)$$

Donc la luminosité reçue des étoiles de magnitude comprises entre  $m$  et  $m + dm$  est :

$$l(m)A(m)dm = l_0 C_2 10^{0.2m} dm \quad (6.5)$$

La luminosité reçue par toutes les étoiles plus brillantes que la magnitude apparente  $m$  s'écrit :

$$L(m) = \int_{-\text{inf}}^m l(m')A(m')dm' = l_0 C_2 \int_{-\text{inf}}^m 10^{0.2m'} dm' = K 10^{0.2m} \quad (6.6)$$

avec :

$$K = \frac{l_0 C_2}{0.2 \ln 10} = 3l_0 C_1 \quad (6.7)$$

L'Eq. 6.6 montre que  $L$  diverge exponentiellement avec  $m$  : c'est le paradoxe d'Olbers. Grâce à l'étendue finie de notre Galaxie, nous pouvons échapper au paradoxe d'Olbers pour notre Galaxie. Cependant, il réapparaît lorsque l'on considère la lumière en provenance de toutes les galaxies extérieures à notre Galaxie. Johannes Kepler (1571-1630) déjà dans sa *Dissertatio cum nuncio sidero* (1610) affirmait qu'un Univers empli d'étoiles lumineuses devait être de taille finie à cause du ciel nocturne noir. L'argument était purement spéculatif puisqu'à l'époque, car la loi de décroissance de la luminosité apparente avec la distance n'était pas connue. A la fin du XVIIème siècle, l'anglais Edmund Halley (1656-1742) formalisa le problème. Le suisse Jean-Philippe Loys de Chéseaux et l'allemand Heinrich Olbers (1758-1840) popularisèrent la question. Le poète Edgar Allan Poe<sup>1</sup> (1809-1849) a suggéré que la taille finie de notre Univers visible résolvait ce paradoxe.

1.

En 1848, il écrivait dans *Eureka – a Prose Poem* : «Si le cortège des étoiles était sans fin, la voûte céleste présenterait une luminosité uniforme».

Plus précisément, l'âge de l'Univers et la vitesse de la lumière étant finis, une quantité finie d'étoiles peut être observée dans le volume d'espace visible depuis la Terre (même si l'Univers est spatialement infini). La densité d'étoiles dans ce volume fini est suffisamment faible pour qu'une ligne de visée quelconque ait une faible chance de tomber sur une étoile.

Cependant, la théorie du Big Bang ré-introduit ce paradoxe : l'Univers était beaucoup plus chaud et brillant par le passé, en particulier à la fin de l'ère de la recombinaison, lorsqu'il est devenu pour la première fois transparent. Une ligne de visée quelconque rencontre à coup sûr le rayonnement fossile. Mais à cause de l'expansion de l'espace, l'énergie émise a été décalée (décalage spectral = redshift) vers le domaine des micro-ondes, et forme le rayonnement cosmique primordial (cosmic microwave background). Le décalage spectral cause aussi une diminution drastique de la luminosité des galaxies à grand redshift.

Le raisonnement précédent pré-suppose que toutes les étoiles sont identiques, mais on peut le généraliser avec une distribution d'étoiles de propriétés distinctes.

Pour une étude détaillée de l'analyse statistique des densités stellaires, voir Mihalas et Binney, Chap. 4, 1981.

### 6.3 Le modèle de Shapley

Shapley (1918) remarqua que de nombreux amas globulaires (des amas sphériques d'environ  $10^6$  étoiles) sont situés dans la constellation du Sagittaire. Il supposa que les amas globulaires sont symétriquement répartis autour du centre de notre Galaxie, centre qui devait donc se trouver dans la direction du Sagittaire. Shapley pensait néanmoins que des objets nébuleux faisaient partie de notre Galaxie. Hubble montra en 1922 que ce sont des systèmes d'étoiles extérieurs à notre Galaxie (i.e., d'autres galaxies). Il utilisa (1919) pour cela les RR Lyrae.

**Les chandelles standards** Il en existe plusieurs catégories, en particulier certaines classes d'étoiles variables :

- Les Céphéides : Leavitt (1912) a découvert qu'il existait une relation entre la période photométrique et la luminosité apparente des Céphéides dans le Petit Nuage de Magellan ("Small Magellanic Cloud, SMC, une galaxie satellite de la nôtre). En effet, les Céphéides les plus brillantes ont la plus longue période, or toutes les étoiles du SMC sont approximativement à la même distance du Soleil. La relation période-luminosité des Céphéides fut établie plus tard, quand on put déterminer les distances (donc la magnitude absolue) de certaines étoiles Cé-

phéides (appartenant à des amas dont on pouvait estimer la distance).  
 — Les RR Lyrae : Initialement on pensait que les Céphéides et les RR Lyrae obéissaient à la même relation période-luminosité, jusqu'à ce que Baade (1954) prouve qu'une étoile céphéide est un peu plus brillante qu'une RR Lyrae de même période, ce qui entraîna une révision de nombreuses distances extra-galactiques.

### 6.3.1 La rotation galactique

Il y a deux façons de contre-balancer la force gravitationnelle due au puit de potentiel du centre galactique. La première est lorsqu'une étoile est animée d'un mouvement circulaire, tel que la force centrifuge équilibre la gravité. La seconde est via le mouvement brownien. Lindblad (1927) fut le premier à comprendre que notre Galaxie doit posséder deux sous-systèmes :

1. les étoiles du disque, en rotation circulaire autour du centre galactique
2. le halo et ses amas globulaires, où les mouvements browniens équilibrent l'attraction gravitationnelle

Le Soleil circule donc au travers du système en non-rotation constitué des amas globulaires. La composante de la vitesse du Soleil par rapport aux amas globulaires, projetée sur la ligne de visée (i.e., la vitesse radiale) peut être déterminée par la mesure des décalages Doppler des étoiles de ces amas. Via l'analyse statistique de ces données pour de nombreux amas globulaires, on peut estimer la vitesse de rotation du Soleil autour du centre galactique (si on suppose que le système des amas globulaires possède une rotation nulle autour du centre galactique).

Notre Soleil ainsi que la plupart des étoiles du disque circulent sur des orbites presque circulaires autour du Centre Galactique, qui est situé à une distance  $R_0 \approx 8.0$  kpc du Soleil. La vitesse d'une étoile sur orbite circulaire de rayon  $R_0$  est :

$$\Theta_0 = \Theta_c(R_0) = (220 \pm 20) \text{ km s}^{-1} \quad (6.8)$$

La mesure du mouvement propre de la source radio Sgr A\* (Sagittarius A\*) par rapport à deux sources radio extra-galactiques compactes (Reid & Brunthaler, 2004, ApJ 616, 872, cf Fig. 6.3) conduit à :

$$\mu_\ell = (-6.379 \pm 0.026) \text{ mas/an} \quad \text{et} \quad \mu_b = (-0.202 \pm 0.019) \text{ mas/an} \quad (6.9)$$

selon la longitude et la latitude galactique, respectivement. C'est le mouvement apparent du centre galactique dans le ciel, dû à la rotation du Soleil autour de ce centre galactique.

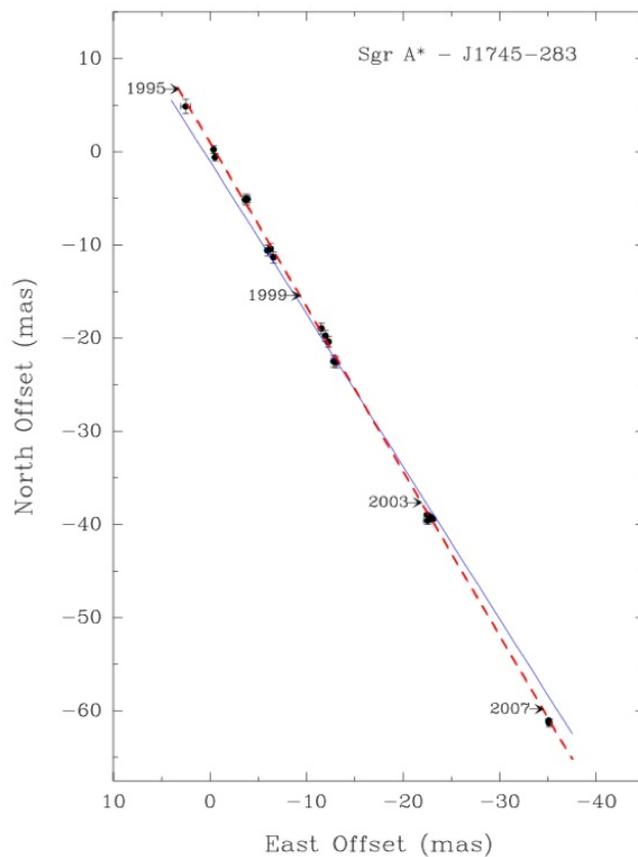


FIGURE 6.3 – Mouvement propre de la radiosource Sgr A\* située au Centre Galactique, selon les coordonnées galactiques. Noter que le mouvement a lieu presque exactement dans le plan galactique, mais que l'écart par rapport à celui-ci est significatif et dû au mouvement du Soleil perpendiculairement à ce plan. (Source : M. J. Reid, 2008, RevMexAA 34, 53).

Le mouvement du Soleil dans la Galaxie n'est pas exactement circulaire, et en corrigeant la composante non circulaire du mouvement, on obtient, sous l'hypothèse que  $R_0 = (8.0 \pm 0.5)$  kpc, la vitesse circulaire au niveau du Soleil :

$$\Theta_0 = (236 \pm 15) \text{ km s}^{-1} \quad (6.10)$$

l'erreur étant essentiellement due à l'incertitude sur  $R_0$ .

On définit le *Local Standard of Rest* (noté LSR) comme un référentiel d'inertie centré sur le Soleil et se déplaçant à vitesse  $\Theta_0$  dans la direction de la rotation galactique. Par rapport au LSR, la vitesse des étoiles du disque est (en principe) en moyenne nulle. Le Soleil a une vitesse particulière :

$$v_S = 13.4 \text{ km s}^{-1} \text{ en direction de l'apex } \ell = 28^\circ, b = 32^\circ \quad (6.11)$$

La densité d'étoiles dans la direction Z (perpendiculaire au plan galactique) décroît exponentiellement :

$$\rho(R, z) = \rho(R, 0)e^{-|z|/z_d(R)} \quad (6.12)$$

où  $z$  est la distance au plan galactique et  $z_d(R)$  est l'échelle de hauteur au rayon  $R$ , laquelle dépend du type d'étoiles considéré. Pour les étoiles jeunes (de type O et B), et dans le voisinage du Soleil,  $z_d \approx 100$  pc, tandis que pour les étoiles plus vieilles (type G ou K par exemple),  $z_d \approx 300$  pc. Cela est valable pour le disque fin (thin disk) qui contient les  $\sim 93\%$  de la masse stellaire de tout le disque. Il existe une autre population, plus ancienne, qui constitue le disque épais (thick disk) ou vieux disque, pour lequel  $z_d \approx 1$  kpc. Les étoiles du disque épais sont déficientes en métaux (quoique moins que celles du halo).

Comme le Soleil est situé à 8kpc du centre, la période de révolution du Soleil autour du centre galactique est :

$$P = \frac{2\pi R_0}{\Theta_0} \approx 2 \times 10^8 \text{ ans} \quad (6.13)$$

Comme l'âge de la galaxie est d'environ  $10^{10}$  ans, le Soleil n'a accompli qu'une cinquantaine de révolutions autour du centre galactique. On peut estimer la masse de la Galaxie à l'intérieur de l'orbite du Soleil  $M_{\text{int}}$  si on suppose que la force centrifuge et la force gravitationnelle s'équilibrent (et à supposer que la distribution de  $M_{\text{int}}$  est sphérique) :

$$\frac{GM_{\text{int}}}{R_0^2} \approx \frac{\Theta_0^2}{R_0} \quad (6.14)$$

D'où  $M_{\text{int}} \approx 10^{11} M_{\odot}$ .

Supposons pour simplifier que les étoiles soient en orbite circulaire autour du centre galactique : le Soleil à la distance  $R_0$  avec la vitesse  $\Theta_0$ , une étoile à la distance  $R$  avec la vitesse  $\Theta$  (Fig.6.4).

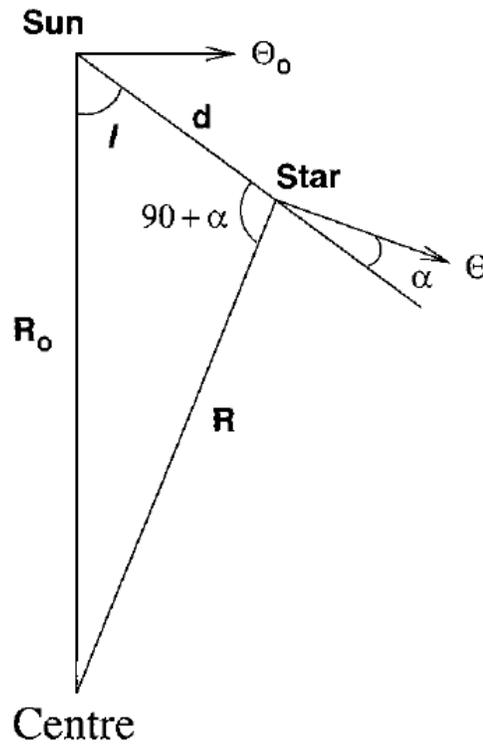


FIGURE 6.4 – Schéma représentant le Soleil et une étoile en rotation autour du centre galactique. Crédit : Choudhuri 2010

Si  $\alpha$  est l'angle que fait la vitesse de l'étoile avec la ligne de visée Soleil-étoile, l'angle opposé à  $\alpha$  est  $90^\circ + \alpha$ . Dans ce dernier triangle :

$$\frac{R}{\sin l} = \frac{R_0}{\cos \alpha} \quad (6.15)$$

et :

$$R_0 \cos l = d + R \sin \alpha \quad (6.16)$$

La *vitesse radiale* relative de l'étoile par rapport au Soleil (sur la ligne de visée) est (en utilisant 6.15) :

$$v_R = \Theta \cos \alpha - \Theta_0 \sin \ell = \left( \frac{\Theta}{R} R_0 - \Theta_0 \right) \sin \ell \quad (6.17)$$

Notons les vitesses angulaires du Soleil et de l'étoile comme :

$$\omega_0 = \Theta_0/R_0, \quad \omega = \Theta/R \quad (6.18)$$

on a :

$$v_R = (\omega - \omega_0) R_0 \sin \ell \quad (6.19)$$

La *vitesse tangentielle* relative de l'étoile par rapport au Soleil s'écrit (en utilisant l'Eq. 6.16 puis 6.18) :

$$v_T = \Theta \sin \alpha - \Theta_0 \cos \ell \quad (6.20)$$

$$= \Theta \frac{R_0 \cos \ell - d}{R} - \Theta_0 \cos \ell \quad (6.21)$$

$$= (\omega - \omega_0) R_0 \cos \ell - \omega d \quad (6.22)$$

Les Eq. 6.19 et 6.22 donnent les vitesses radiales et tangentielles des étoiles (même situées très loin du Soleil) en orbite circulaire autour du centre galactique.

Considérons maintenant les étoiles du voisinage Solaire.

#### **Le voisinage solaire :**

La notion de voisinage solaire est souvent utilisée en astrophysique. Elle désigne un volume centré sur le Soleil, suffisamment petit pour que la distribution des propriétés des étoiles puisse y être considérée comme constante mais assez grand pour contenir un nombre représentatif d'étoiles. La taille typique de ce volume est de l'ordre de quelques centaines de pc, mais peut varier selon le type d'objets envisagé : pour des naines M, qui sont très fréquentes, il peut ne s'étendre qu'à quelques dizaines de pc, tandis que pour des étoiles O ou B, beaucoup plus rares, il peut s'étendre jusqu'à 1 kpc. On a inventorié le voisinage solaire aussi bien pour la matière interstellaire (gaz et poussières) que pour les étoiles, et calculé la densité de surface correspondante. L'addition des masses observables donne une valeur proche de la masse obtenue par le biais de la dynamique stellaire, bien qu'un peu plus faible, à savoir une cinquantaine

component	volume density ( $\mathcal{M}_\odot \text{pc}^{-3}$ )	surface density ( $\mathcal{M}_\odot \text{pc}^{-2}$ )	luminosity density ( $L_\odot \text{pc}^{-3}$ )	surface brightness ( $L_\odot \text{pc}^{-2}$ )
visible stars	0.033	29	0.05	29
stellar remnants	0.006	5	0	0
brown dwarfs	0.002	2	0	0
ISM	0.050	13	0	0
total	$0.09 \pm 0.01$	$49 \pm 6$	0.05	29
dynamical	$0.10 \pm 0.01$	$74 \pm 6$	–	–

TABLE 6.1 – Inventaire du voisinage solaire et densité de surface correspondante.  
(Source : Astrophysique III : Dynamique stellaire et galactique, P. North)

de masses solaires par  $\text{pc}^2$  (voir la Table 6.1).

Pour des étoiles du voisinage solaire, on a  $d \ll R_0$  et :

$$R - R_0 = d \cos \ell \quad (6.23)$$

On a :

$$\omega - \omega_0 = \left( \frac{d\omega}{dR} \right)_{R_0} (R - R_0) \quad (6.24)$$

$$= \left[ \frac{1}{R_0} \left( \frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} - \frac{\Theta_0}{R_0^2} \right] (R - R_0) \quad (6.25)$$

$$= \left[ \frac{\Theta_0}{R_0} - \left( \frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} \right] \frac{d}{R_0} \cos \ell \quad (6.26)$$

$$(6.27)$$

(en éliminant  $\omega$  à l'aide de l'Eq. 6.18, puis en utilisant l'Eq. 6.23).

La vitesse radiale (Eq. 6.19) s'écrit maintenant :

$$v_R = \frac{1}{2} \left[ \frac{\Theta_0}{R_0} - \left( \frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} \right] d \sin 2\ell \quad (6.28)$$

(remarquons que  $v_R$  est nulle vers le centre galactique, vers  $\ell = 90^\circ$  et  $\ell = 180^\circ$ ).

et la vitesse tangentielle (Eq. 6.22) :

$$v_T = \left[ \frac{\Theta_0}{R_0} - \left( \frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} \right] d \cos^2 \ell - \frac{\Theta}{R} d \quad (6.29)$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{\Theta_0}{R_0} - \left( \frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} \right] d \cos 2\ell - \frac{1}{2} \left[ \frac{\Theta_0}{R_0} - \left( \frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} \right] d \quad (6.30)$$

(car  $\cos^2 \ell = \frac{1}{2}(\cos 2\ell + 1)$ ).

Finalement, on peut écrire  $v_R$  et  $v_T$  sous la forme :

$$v_R = Ad \sin 2\ell \quad (6.31)$$

$$v_T = Ad \cos 2\ell + Bd \quad (6.32)$$

avec A et B, appelées *constantes de Oort*, égales à :

$$A = \frac{1}{2} \left[ \frac{\Theta_0}{R_0} - \left( \frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} \right] \quad (6.33)$$

$$= -\frac{1}{2} R_0 \left( \frac{d\omega}{dR} \right)_{R_0} \quad (6.34)$$

$$B = -\frac{1}{2} \left[ \frac{\Theta_0}{R_0} + \left( \frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} \right] \quad (6.35)$$

$$(6.36)$$

La vitesse radiale d'une étoile peut être déterminée à partir du décalage Doppler de ses raies spectrales. Supposons qu'on mesure les vitesses radiales de nombreuses étoiles situées approximativement à la même distance  $d$  dans le plan galactique. Alors  $v_R$  doit varier comme  $\sin 2\ell$  avec la longitude galactique de l'étoile. Joy (1939) fut l'un des premiers à mener cette analyse (Fig. 6.5). La constante A peut se déduire de l'amplitude des oscillations (si on connaît  $d$ ). La détermination de la constante B est plus délicate et nécessite de connaître les vitesses tangentielles de nombreuses étoiles proches par rapport à un référentiel fixe (par exemple lié à des sources extra-galactiques ; cf Mihalas & Binney 1981).

Les meilleures déterminations actuelles des constantes de Oort proviennent des mesures de mouvements propres par le satellite HIPPARCOS (Feast & Whitelock 1997) :

$$A = 14.8 \pm 0.8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1} \quad (6.37)$$

$$B = -12.4 \pm 0.6 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1} \quad (6.38)$$

$$(6.39)$$

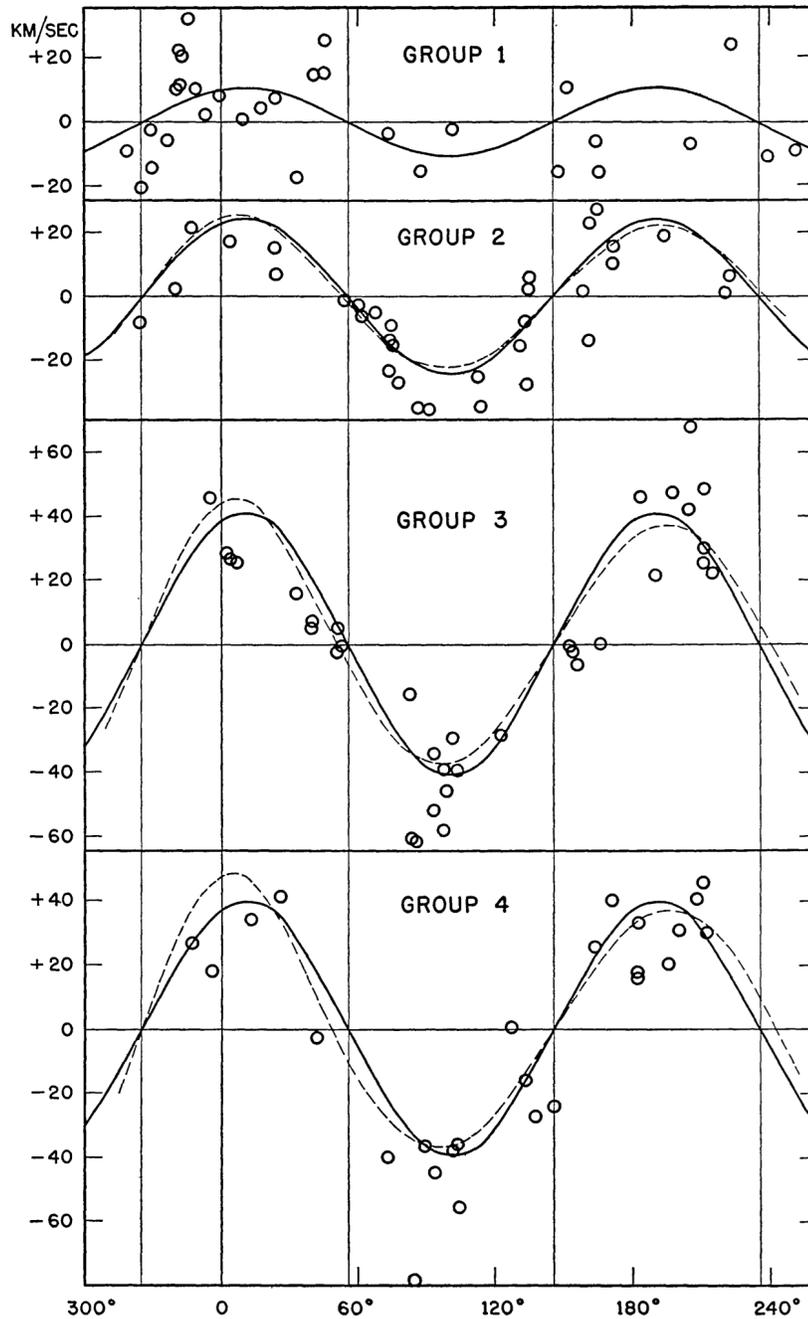


FIG. 5.—Rotational curves for groups 1-4. The velocities used in the solutions are plotted against galactic longitude. The continuous curve represents the Oort solution; the dashed curve includes the higher-order terms according to Bottlinger's formula.

FIGURE 6.5 – Vitesse radiale pour 4 groupes d'étoiles Céphéides situées à 4 distances différentes, estimées grâce à leurs périodes photométriques. Les coordonnées galactiques sont indiquées dans un système de coordonnées ancien dans lequel le centre galactique était situé à  $\ell = 325.3^\circ$  (et pas l'actuel, dans lequel le centre galactique serait à  $\ell = 0^\circ$ ) (Joy 1939, Ap.J. 89, 356).



## Chapitre 7

# Les phases du milieu interstellaire : Nébuleuses gazeuses et régions HII

...by the way, radio astronomy can really become very important if there were at least one line in the radio spectrum.

---

*1944, Jan Oort to the young H. C. van de Hulst*

Dans l'année, van de Hulst prédit la présence de la raie à 21 cm de HI, et, en 1951, trois articles indépendants (hollandais, australien et américain), publiés dans le même volume de *Nature*<sup>1</sup>, annonçaient la détection de cette raie.

The Interstellar Medium is anything not in stars

---

*1984, Donald Osterbrock*

---

1. <http://www.nature.com/nature/journal/v168/n4270/pdf/168356a0.pdf>, <http://www.nature.com/nature/journal/v168/n4270/pdf/168357a0.pdf>, <http://www.nature.com/nature/journal/v168/n4270/pdf/168358a0.pdf>

## 7.1 Les sources d'énergie du milieu interstellaire

### 7.1.1 Le champ de rayonnement

Plusieurs types de rayonnement traversent le milieu interstellaire et impactent l'état physique et chimique du gaz et de la poussière (Fig. 7.1).

- Les étoiles contribuent peu dans le domaine X. L'émission par du plasma chaud (gaz coronal dans le halo et provenant des rémanents de supernovae) domine, avec de nombreuses raies en émission. Une composante extragalactique existe aussi aux plus hautes énergies.
- Dans l'UV, comme l'hydrogène atomique absorbe fortement pour  $h\nu > 13.6\text{eV}$  (ou  $\lambda < 912 \text{ \AA}$ , coupure de Lyman), pratiquement tout le flux est absorbé.
- Dans le visible, les photons stellaires sont absorbés par des grains de poussière et ré-émis à de plus grandes longueurs d'onde, dans des bandes discrètes en émission (proche infrarouge) ou en émission continue (infrarouge lointain et domaine sous-millimétrique).
- Le rayonnement cosmologique à 2.7K prend le relai aux longueurs d'onde millimétriques.

### 7.1.2 Le champ magnétique

Le champ magnétique se manifeste par la polarisation linéaire de la lumière qui se produit lorsque celle-ci interagit avec des grains de poussière (qui tendent à aligner leur demi-grand axe perpendiculairement aux lignes de champ magnétique ; absorption dichroïque). Il se manifeste également par effet Zeeman de la raie à 21cm de HI, et sur des raies de molécules telles que OH et CN.

La Fig. 7.2 représente l'émission polarisée de notre galaxie. Ce champ contrôle largement la dynamique du gaz. Son intensité est d'environ  $5\mu\text{G}$  dans le voisinage solaire, et jusque  $8\mu\text{G}$  dans l'anneau (tore) moléculaire (CO) à 4kpc. Il est très probablement aligné avec les bras spiraux.

### 7.1.3 Les rayons cosmiques

Les particules de haute énergie ( $\geq 100\text{MeV/nuc}$ léon) comprennent des protons relativistes (énergies entre 1 et 10 GeV), 10% d'hélium et 1% d'éléments plus lourds et d'électrons. L'abondance relative des éléments dans les rayons cosmiques est non-solaire, ce qui prouve l'importance de la spallation dans leur production. Le flux de rayons cosmiques est difficile à mesurer à cause de leur forte modulation par le vent solaire.

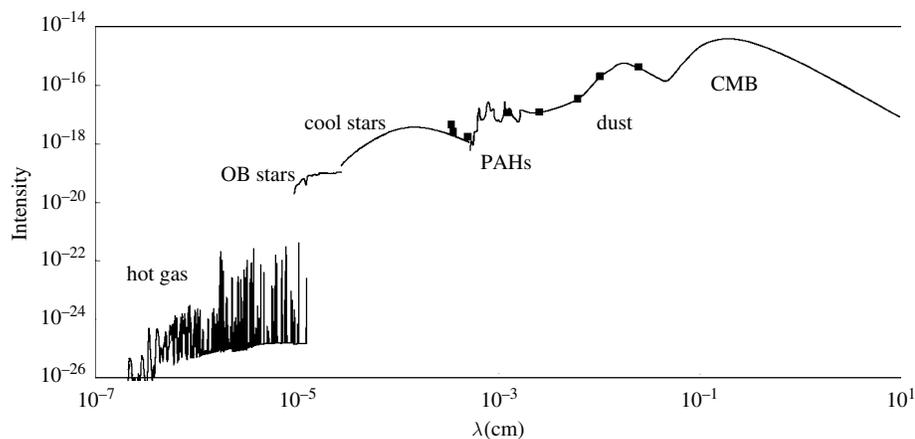


Figure 1.8 The mean intensity in units of  $\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$  of the interstellar radiation field in the solar neighborhood. Contributions by hot gas, OB stars, older stars, large molecules (PAHs), dust, and the cosmic microwave background are indicated. Figure adapted from J. Black, 1996, *First Symposium on the IR Cirrus and Diffuse Interstellar Clouds*, ed. R. M. Cutri and W. B. Latter (San Francisco: ASP), p. 355. The calculated X-ray/EUV emission spectrum and the FUV spectrum were kindly provided by J. Slavin. The dust emission is a fit to the COBE results for the galactic emission. The PAH spectrum was taken from ISO measurements of the mid-IR emission spectrum of the interstellar medium scaled to the measurements of the IR cirrus by IRAS (F. Boulanger, 2000, in *ISO Beyond Point Sources: Studies of Extended Infrared Emission*, ed. R. J. Laureijs, K. Leech, and M. F. Kessler, *E. S. A.-S. P.*, **455**, p. 3). The black squares at 12, 25, 60 and  $100 \mu\text{m}$  are the IRAS measurements of the IR cirrus, the DIRBE/COM measurement at  $240 \mu\text{m}$ , and those at 3.3, 3.5, and  $4.95 \mu\text{m}$  are the balloon measurement by Proneas experiment (M. Giard, J. M. Lamarre, F. Pajot, and G. Serra, 1994, *A. & A.*, **286**, p. 203). Note that the latter have been superimposed on the stellar spectrum.

FIGURE 7.1 – Intensité moyenne du champ de rayonnement dans le voisinage solaire (Crédit : Tielens, *The Physics and Chemistry of the Interstellar Medium*).

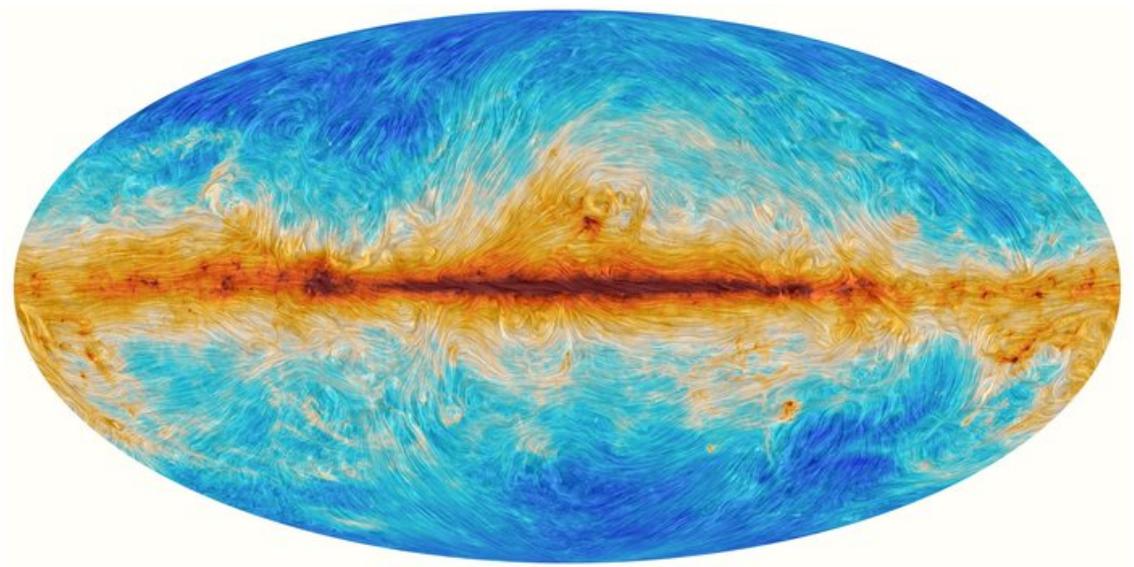


FIGURE 7.2 – Emission polarisée par les nuages de poussière de la Voie Lactée. Cette image a été obtenue grâce au satellite Planck de l'ESA, entre 2008 et 2013. Les couleurs codent l'intensité de l'émission par les grains de poussière à 353, 545 et 857 GHz. La texture est basée sur des mesures de polarisation à 353 GHz. (Crédit : ESA, satellite Planck)

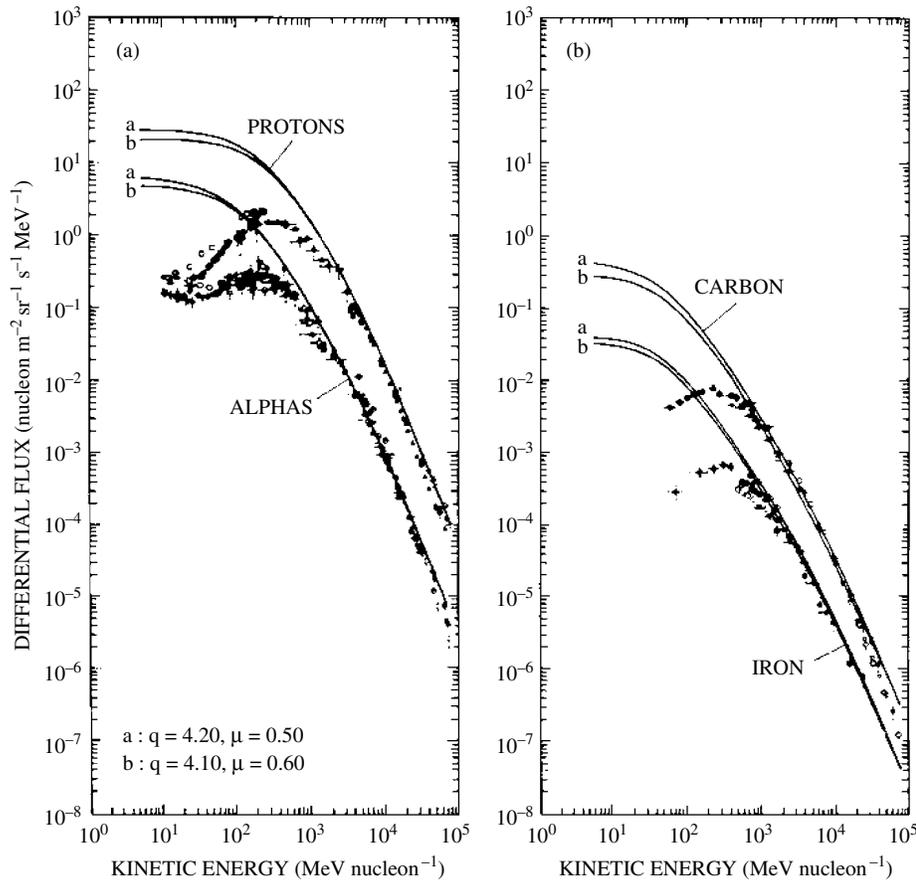


Figure 1.11 The cosmic-ray proton flux as a function of energy measured near the Earth and the inferred interstellar cosmic-ray flux after the effects of modulation by the solar wind have been taken into account. Figure reproduced with permission from W.-H. Ip and W.I. Axford, 1985, *A. & A.*, **149**, p. 71.

FIGURE 7.3 – Flux des rayons cosmiques en fonction de l'énergie, tel que mesuré près de la Terre (Crédit : Tielens, *The Physics and Chemistry of the Interstellar Medium*)

### 7.1.4 L'énergie cinétique

Cette énergie provient essentiellement des vents produits par les étoiles chaudes individuelles, ainsi que par les associations OB. Les coquilles en expansion mettent en mouvement le milieu interstellaire et la turbulence engendrée contrebalance l'effet de la gravité sur le gaz HI.

## 7.2 Les phases de l'ISM

On a vu (Sect. 3.4) que deux des preuves de l'existence du milieu interstellaire sont l'extinction et le rougissement de la lumière des étoiles, produits par la poussière interstellaire.

Le milieu interstellaire contient en réalité beaucoup plus de gaz que de poussières. Ceci est prouvé par des raies d'absorption anormalement étroites dans le spectre de certaines étoiles. Les raies d'absorption ont leur largeur déterminée essentiellement par la température et la gravité stellaire.

#### **Elargissement des raies spectrales :**

Les raies spectrales sont élargies principalement par :

- la largeur naturelle (provenant de la relation d'incertitude de Heisenberg) : profil lorentzien
- l'élargissement Doppler (dû à l'agitation thermique des atomes et à des mouvements convectifs macroscopiques) : profil gaussien
- l'élargissement par collision (ou "de pression") : profil lorentzien sous certaines hypothèses

Il résulte un profil de Voigt (convolution d'une gaussienne par une lorentzienne)

Dans un spectre stellaire, une raie d'absorption considérablement plus étroite que les autres indique que cette raie a été produite dans un environnement beaucoup plus froid, réparti sur la ligne de visée entre l'étoile et nous.

Les objets astrophysiques auxquels on s'intéresse ici sont donc des nuages de gaz étendus et diffus. Leur faible brillance de surface les rend difficile à observer à l'oeil nu, mais ils peuvent être aisément étudiés avec des instruments à grand champ. Ces objets ont de faible densité (entre  $10^2$  et  $10^6 \text{ cm}^{-3}$ ) et des températures de l'ordre de  $\sim 10\,000\text{K}$ , ou quelques eV. Les sources d'ionisation sont diverses, comme détaillé ci-dessous.

La plus grande partie de ce gaz n'émet pas de lumière visible. Dans les années

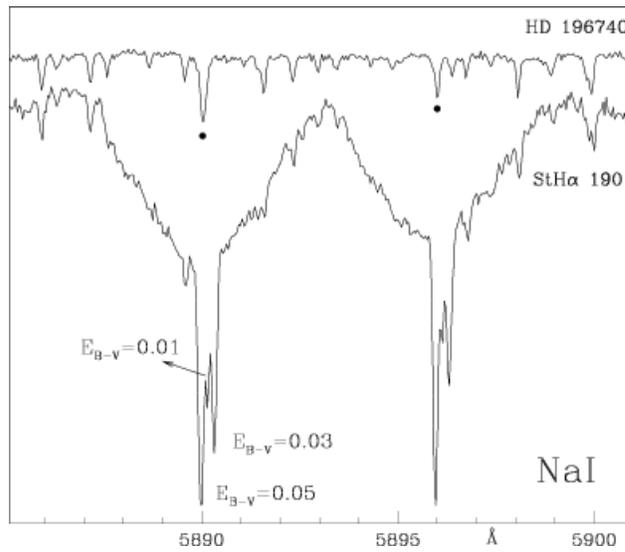


FIGURE 7.4 – Région du doublet du sodium NaI, illustrant la raie stellaire (élargie par rotation) de l'étoile symbiotique StH $\alpha$  190 et 3 fines raies interstellaires superposées. Le spectre de l'étoile de comparaison 28 Vul = HD 196740 (une étoile B6 IV en rotation rapide) permet d'identifier les raies telluriques (Munari et al., *A&A* 369, L1-L4 (2001)).



FIGURE 7.5 – Cette impressionnante image composite illustre les nébuleuses présentes dans une vaste portion du ciel nocturne de l’hémisphère Nord (temps d’exposition : 40h). Sirius est l’étoile brillante en bas à gauche et on reconnaît les Pléiades au dessus des arbres à droite. (Credit & Copyright : Dennis di Cicco (TWAN) & Sean Walker, Skyandtelescope.com ).

1930-1940, les astronomes se sont trouvés face à un problème : ils savaient que le milieu interstellaire contenait des quantités considérables de gaz, mais étaient incapables de le détecter. Avec l'avènement de la radio-astronomie, van de Hulst (1945) fit une prédiction remarquable : l'hydrogène présent dans le gaz interstellaire émettrait à la longueur d'onde de 21cm. (Notons que la très abondante molécule  $H_2$ , symétrique, n'a pas de moment dipolaire permanent, et donc n'émet pas de raie détectable en radio).

### 7.2.1 Les régions HI

**La raie interdite d'H à 21cm :** L'état fondamental de l'hydrogène  $^2S_{1/2}$  a  $J=1/2$  et  $I=1/2$  (car le spin du proton est  $1/2$ ) et donc  $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$  peut prendre les valeurs 0 ou 1 : l'état fondamental est séparé en 2 niveaux, correspondant aux 2 orientations différentes du spin de l'électron par rapport à l'orientation du spin nucléaire ( $F=1$  : spin parallèles ;  $F=0$  : spins antiparallèles). Ces 2 configurations ont une énergie légèrement différente, donc une transition peut se produire du niveau haut vers le niveau bas, spontanément.

$$\Delta E = 5.87 \times 10^{-6} \text{ eV} \quad (7.1)$$

$$\nu = \Delta E/h = 1420 \text{ MHz} \quad (7.2)$$

$$\lambda = c/\nu = 21.11 \text{ cm} \quad (7.3)$$

$$(7.4)$$

Comme  $h\nu/k = 0.0682$  Kelvin, il y a toujours assez d'énergie pour exciter cette transition (s'il y a de l'H neutre). Comme la densité du milieu interstellaire est très faible, il est très peu probable que l'atome se désexcite suite à une collision.

La distribution de l'hydrogène galactique a été réalisée grâce à cette transition à 21cm. En effet, la largeur de la raie à 21 cm est étroite (car elle est émise par du gaz froid) donc la résolution en terme de vitesse radiale est très bonne. Les ondes radio ne sont pas absorbées par la poussière interstellaire, contrairement à la lumière visible. On dispose donc de bonnes cartes montrant la distribution du gaz dans la Galaxie, mais, contradictoirement, pas de carte comparable montrant la distribution des étoiles, car elles ne rayonnent pas assez en IR et en radio.

Dans un nuage d'hydrogène neutre, tous les atomes d'hydrogène auront leur électron dans l'état fondamental. En effet,

— le taux de désexcitation du 1<sup>er</sup> état excité vers le fondamental ( $Ly\alpha$ ) est

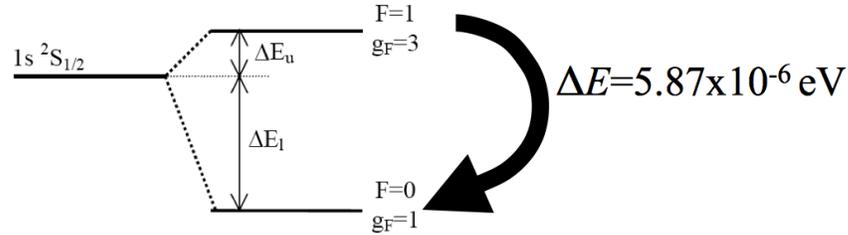


FIGURE 7.6 – Séparation hyperfine du niveau fondamental (correspondant à  $n = 1, l = 0$ ). Dans le niveau hyperfin du haut, le spin du noyau et le spin de l'électron sont alignés; ils sont opposés dans le niveau hyperfin du bas. Ce splitting est présent à tous les niveaux  $n$ , et chaque état  $n$  possède donc une multiplicité  $2n^2$ . (Crédit : [http://www.astro.washington.edu/users/jd/A541/Lectures/lec13\\_HI\\_lines.pdf](http://www.astro.washington.edu/users/jd/A541/Lectures/lec13_HI_lines.pdf)).

déterminé par le coefficient d'Einstein  $A_{2,1} = 6.27 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$  (cf notes de la Table 9.3).

- Le taux de collision est de l'ordre de  $1/\tau_{\text{coll}} \approx (10^{-6} n_e) \text{ s}^{-1}$ , où  $n_e$  est la densité d'électrons libres<sup>2</sup>

Donc au vu des densités rencontrées dans l'espace interstellaire (Table 9.2), toute transition (collisionnelle ou radiative) vers le 1<sup>er</sup> niveau excité est immédiatement suivie d'une désexcitation spontanée. De même pour toute transition vers les états davantage excités de l'hydrogène (cf Table 9.3).

La densité est donc suffisamment faible pour que l'ETL ne soit pas valable, que l'équation de Boltzmann ne puisse pas être utilisée, et que tous les électrons soient dans l'état fondamental.

Cet état fondamental est séparé en deux états hyperfins. La température d'excitation de cette raie est appelée la *température de spin*  $T_S$ . Comme le taux de désexcitation spontané du niveau hyperfin du haut est seulement :  $A_{UL} = 3 \times 10^{-15} \text{ s}^{-1}$ , où  $L$  et  $U$  identifient les niveaux "bas" (low) et "hauts" (up), respectivement. La demi-vie radiative de cette transition est :

$$\tau_{UL} = 1/A_{UL} \approx 3.5 \times 10^{14} \text{ s} \approx 11 \text{ millions d'années.}$$

Les désexcitation spontanées sont donc extrêmement rares, et, aux densités du milieu interstellaire, cette transition est *induite par collision*. Ces collisions ont lieu avec des particules décrites par leur température cinétique  $T$ . Donc l'équation de Boltzmann pour la transition entre niveaux hyperfins du fondamental de l'hydrogène est valable pour  $T_{\text{exc}} = T = T_S$ .

<sup>2</sup>. cf Spitzer Jr., L., Physical Processes in the Interstellar Medium, John Wiley & Sons, New York, 1978

On peut utiliser l'équations de Boltmann entre ces deux états hyperfins : la raie HI à 21cm est à l'ETL. Donc l'ETL n'est pas valable pour l'atome d'HI, mais est bien valable pour la raie à 21cm.

$$\frac{N_U}{N_L} = \frac{g_U}{g_L} e^{-(h\nu)/kT_S} \quad (7.5)$$

(ou L et U concernent les niveaux hyperfins bas et hauts, et  $g_L, g_U$  sont les poids statistique - pour l'hydrogène,  $g_n = 2n^2$  où  $n$  est le nombre quantique principal)

Comme  $h\nu \ll kT$  pour cette raie :

$$\frac{N_U}{N_L} = \frac{g_U}{g_L} = \frac{3}{1} = \frac{n_U}{n_L} \quad (7.6)$$

où  $n_U$  et  $n_L$  sont les densités d'atomes dans l'état hyperfin 2 et 1.

Donc si  $n_{\text{HI}}$  est la densité de l'H neutre, les fractions de densités dans les états L et U sont :

$$\frac{n_L}{n_{\text{HI}}} = \frac{1}{4} \quad (7.7)$$

$$\frac{n_U}{n_{\text{HI}}} = \frac{3}{4} \quad (7.8)$$

$$(7.9)$$

La profondeur optique est alors :

$$\tau_\nu = \sigma_\nu \int_l n_1 dl \quad (7.10)$$

$$= \frac{1}{4} \sigma_\nu \int_l n_{\text{HI}} dl \quad (7.11)$$

$$= \frac{1}{4} \sigma_\nu \mathcal{N}_{\text{HI}} \quad (7.12)$$

$$(7.13)$$

où on a supposé que la section efficace effective ne variait pas le long de la ligne de visée, et où la *densité de colonne* est définie par :

$$\mathcal{N}_{\text{HI}} = \int_l n_{\text{HI}} dl \quad (7.14)$$

**Rappel : La profondeur optique :**

C'est une grandeur sans dimension :

$$d\tau_\nu = -\chi_\nu dz \quad (7.15)$$

$$= -\kappa_\nu dz \quad \text{si pas de diffusion} \quad (7.16)$$

$$= -\sigma_\nu n dz \quad (7.17)$$

$$= -K\rho dz \quad (7.18)$$

où

—  $\sigma_\nu$  est la section efficace effective d'interaction ( $\text{cm}^2$ )—  $\kappa_\nu$  est le coefficient d'absorption ( $\text{cm}^{-1}$ )—  $K$  est le coefficient d'absorption massique ( $\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$ )—  $n$  est la densité de particules ( $\text{cm}^{-3}$ )—  $\rho$  est la masse volumique ( $\text{g cm}^{-3}$ )

Le coefficient d'extinction est donné à l'ETL par l'Eq. 1.106 :

$$\chi_\nu^{\text{net*}} = \frac{h\nu}{4\pi} N_L \phi_\nu B_{LU} \left(1 - e^{-h\nu/kT}\right) \quad (7.19)$$

où  $L$  et  $U$  identifient les niveaux "bas" (low) et "hauts" (up), respectivement, et  $\Phi_\nu$  est le profil de la raie.En utilisant les relations entre  $B_{LU}$ ,  $B_{UL}$  et  $A_{UL}$  (Eq 1.93 et 1.94) :

$$\chi_\nu^{\text{net*}} = \frac{c^2}{8\pi\nu^2} \frac{g_U}{g_L} N_L \phi_\nu A_{UL} \left(1 - e^{-h\nu/kT}\right) \quad (7.20)$$

$$\approx \frac{c^2}{8\pi\nu^2} 3 \left(\frac{n_{\text{HI}}}{4}\right) \phi_\nu A_{UL} \frac{h\nu}{kT_S} \quad (7.21)$$

$$\approx \frac{3hc^2}{32k\pi} \frac{A_{UL} n_{\text{HI}}}{\nu} \frac{\phi_\nu}{T_S} \quad (7.22)$$

où  $n_{\text{HI}}$  est le nombre d'atomes d'hydrogène neutre par  $\text{cm}^3$ .

Donc

$$d\tau_\nu = -\chi_\nu dl \quad (7.23)$$

$$\tau_\nu = \frac{3hc^2 A_{UL}}{32k\pi\nu} \int_{\text{ldv}} n_{\text{HI}} \frac{\phi_\nu}{T_S} dl \quad (7.24)$$

$$= \frac{3hc^2 A_{UL}}{32k\pi\nu} \mathcal{N}_{\text{HI}} \frac{\phi_\nu}{T_S} \quad (7.25)$$

$$\int_\nu \tau_\nu d\nu = \frac{3hc^2 A_{UL}}{32k\pi\nu} \frac{\mathcal{N}_{\text{HI}}}{T_S} \int_\nu \phi_\nu d\nu \quad (7.26)$$

On suppose  $T_S$  constant le long de la ligne de visée (notons que cette hypothèse n'est pas nécessaire pour la densité). Heureusement, les variations de température entre différentes régions du milieu interstellaire sont d'ordinaire moins importantes que les variations de densité<sup>3</sup>.

Par définition, les profils de raie sont normalisés (Eq. 1.86). On trouve finalement, en isolant la densité de colonne  $\mathcal{N}_{\text{HI}}$  :

$$\mathcal{N}_{\text{HI}} = (3.85 \times 10^{14}) T_S \int_{\nu} \tau_{\nu} d\nu \quad [\text{cm}^{-2}] \quad (7.28)$$

$$= (1.82 \times 10^{18}) T_S \int_v \tau_v dv \quad [\text{cm}^{-2}] \quad (7.29)$$

où la densité de colonne est en  $\text{cm}^{-2}$  mais la vitesse en km/s.

Comme la raie à 21cm est toujours observée dans le régime de Rayleigh-Jeans ( $h\nu \ll kT$ ), l'intensité spécifique est proportionnelle à la température de brillance (Eq. 3.41).

La solution de l'équation de transfert (Eq. 1.70) devient alors :

$$T_{\text{B}\nu} = T_{\text{B}\nu,0} e^{-\tau_{\nu}} + T(1 - e^{-\tau_{\nu}}) \quad \text{avec source d'arrière-plan} \quad (7.30)$$

$$T_{\text{B}\nu} = T(1 - e^{-\tau_{\nu}}) \quad \text{sans source d'arrière-plan} \quad (7.31)$$

où  $T_{\text{B}\nu,0}$  et  $T_{\text{B}\nu}$  sont les températures de brillance de la source d'arrière plan, et du nuage HI.  $T$  est la température cinétique (supposée égale à la température de spin),  $\tau_{\nu}$  la profondeur optique du nuage HI.

Notons déjà (cf plus loin) que l'Eq. 7.31 (sans source d'arrière plan) devient, dans les cas optiquement épais et optiquement minces :

$$T_{\text{B}\nu} = T \quad \tau_{\nu} \gg 1 \quad (7.32)$$

$$T_{\text{B}\nu} = T \tau_{\nu} \quad \tau_{\nu} \ll 1 \quad (7.33)$$

Revenons à l'Eq. 7.31 (sans source d'arrière plan) :

$$e^{-\tau_{\nu}} = 1 - \frac{T_{\text{B}\nu}}{T_S} \quad (7.34)$$

---

3. Cependant, si la température de spin varie significativement le long de la ligne de visée, alors on utilise une moyenne harmonique d'une température de spin dépendante de la vitesse :

$$\left\langle \frac{1}{T_S(v)} \right\rangle = \frac{\int_{\text{ldv}} \frac{n_v(l)}{T_S(l)} dl}{\int_{\text{ldv}} n_v(l) dl} \quad (7.27)$$

où  $v$  est la vitesse du gaz le long de la ligne de visée "ldv". Cf Rohlfs, K., Tools of Radio Astronomy, Springer-Verlag, Berlin, 1986.

Donc

$$\mathcal{N}_{\text{HI}} = -(1.82 \times 10^{18}) T_S \int_v \ln \left( 1 - \frac{T_B(v)}{T_S(v)} \right) dv \quad [\text{cm}^{-2}] \quad (7.35)$$

où la densité de colonne est en  $\text{cm}^{-2}$  mais la vitesse en  $\text{km/s}$ .

La température de brillance  $T_B(v)$ , ou intensité, est la quantité observée. Si on connaît  $T_S$ , on peut alors en déduire la densité de colonne.

Comme  $T_B \leq T_S$ , le logarithme sera négatif et donc la densité de colonne positive.

Démonstration  $T_B \leq T_S$  :

C'est immédiat via les Eq. 7.32 et 7.33. On peut aussi le voir via la résolution de l'équation de transfert à l'ETL ( $S_\nu = B_\nu$ ) qui donne (Eq. 1.70) :

$$I_\nu = B_\nu(T) \quad \text{cas optiquement épais } (\tau_\nu \gg 1) \quad (7.36)$$

$$I_\nu = I_{\nu 0}(1 - \tau_\nu) + B_\nu(T)\tau_\nu \quad \text{cas optiquement mince } (\tau_\nu \ll 1) \quad (7.37)$$

Donc sans source d'arrière-plan, ( $I_{\nu 0} = 0$ ), on a toujours

$$I_\nu \leq B_\nu(T) \quad (7.38)$$

Or l'intensité de tout rayonnement peut être remplacé par sa température de brillance, et le rayonnement de corps noir par sa température cinétique  $T$ .  
Donc :

$$T_B \leq T \quad (7.39)$$

Donc la température de brillance (aisément observable via l'intensité spécifique) place une limite inférieure à la température de la source.

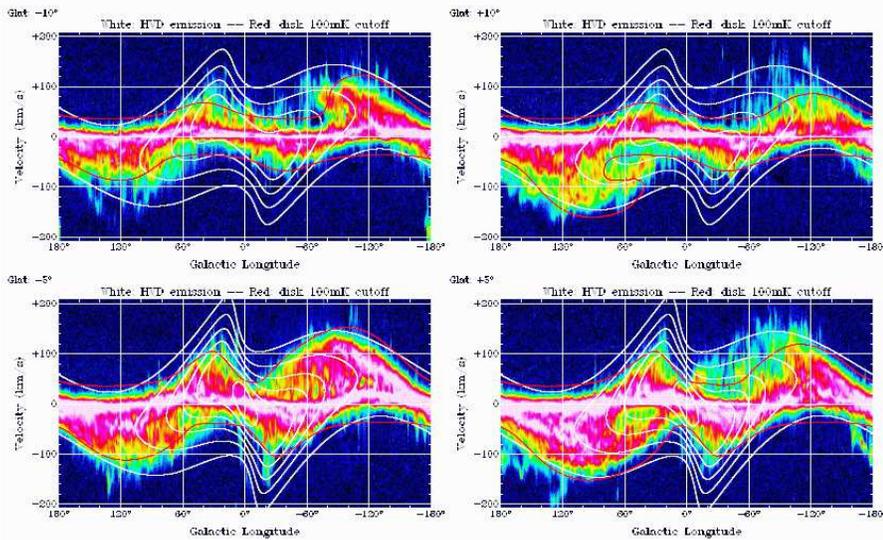
- Si la raie est optiquement épaisse à une certaine vitesse  $v$ , alors  $T_B = T_S$  et le logarithme ne peut être évalué. En effet, on ne peut obtenir la densité de colonne du nuage car on ne voit que sa partie avant.
- Si la raie est optiquement mince, alors l'Eq. 7.33 permet de remplacer  $\tau_\nu$  dans l'Eq. 7.29 :

$$\mathcal{N}_{\text{HI}} = (1.82 \times 10^{18}) \int_v T_B(v) dv \quad (\tau_\nu \ll 1) \quad (7.40)$$

$[\text{cm}^{-2}] \quad \quad \quad [K] \quad [\text{kms}^{-1}]$

Ici, la densité de colonne de dépend que de la température de brillance intégrée sur la raie. Il n'est pas nécessaire de connaître ni la température du gaz, ni la distance. C'est un résultat important car la raie à 21cm est très souvent optiquement mince. Une fois que la densité de colonne est connue, la masse de HI peut être calculée, pour peu qu'on connaisse la distance.

En pratique on mesure la distribution de l'hydrogène galactique en mesurant  $I(\ell, b, \lambda)$  ou  $I(\ell, b, v_R)$ , où  $v_R$  est la vitesse radiale du nuage de gaz. La Fig. 7.7 illustre  $I(\ell, b = -10^\circ, -5^\circ, 5^\circ, 10^\circ, v_R)$ , dans le plan  $\ell - v_R$ . La distribution du gaz interstellaire est déduite de ce genre de figure.



**Fig. 10.** Position-velocity diagrams for the Milky Way HI brightness temperature at latitudes  $-10^\circ$ ,  $-5^\circ$  (left) and  $10^\circ$ ,  $5^\circ$  (right). The white isophotes display HVD emission from the model (10% to 90% in steps of 10%), the red isophote marks an average disk emission of 100mK. A logarithmic transfer function was used for  $T_B < 30\text{K}$ .

FIGURE 7.7 – Diagramme position-vitesse de la raie à 21cm, à différentes latitudes galactiques. Crédit : Karberla & Dedes, 2008, A&A 487, 951

Considérons une ligne de visée dans le plan galactique. On suppose que l'orbite du gaz interstellaire autour du centre galactique est circulaire. La vitesse radiale est donnée par l'Eq. 6.19. Donc  $|v_R|$  sera maximum quand  $|\omega - \omega_0|$  sera maximum. Supposons que  $\omega$  augmente lorsqu'on se rapproche du centre galactique (ce qui est exact, sauf pour une petite région centrale). Pour fixer les idées, on peut supposer que  $v = \omega \times r \sim \text{constante}$ . Alors,  $|v_R|$  sera maximum au point 1 (Fig. 7.8). La Fig. 7.7 montre que pour une longitude  $\ell$  donnée, l'intensité diminue au delà

d'une certaine valeur (maximale) de  $v_R$ . Cette  $v_R$  maximale correspond au point où la ligne de visée est tangente à une orbite circulaire (comme le point 1 de la Fig. 7.8). En utilisant l'Eq. 6.19, on peut donc trouver  $\omega$  à la distance  $r = R_0 \sin \ell$  du centre galactique, donc la distribution  $\omega(r)$ , pour  $r \leq R_0$ . Pour  $r > R_0$ , d'autres méthodes sont nécessaires.

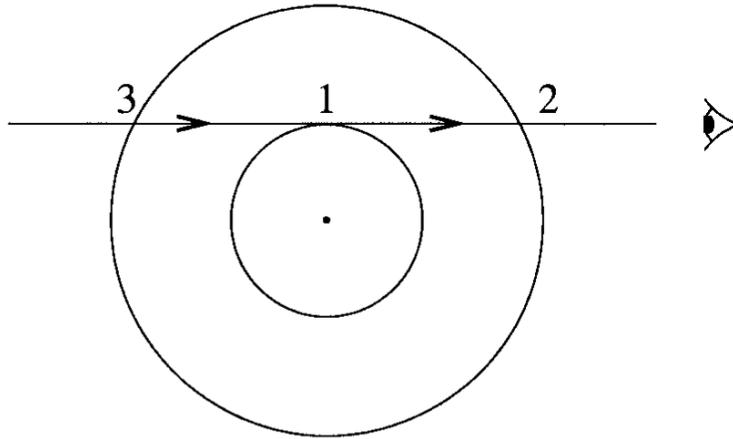


FIGURE 7.8 – Une vue schématique à travers la Galaxie. Le point 1 est le point où la ligne de visée est tangente à l'orbite (circulaire) (Crédit : Choudhuri).

Le milieu interstellaire est non-homogène et présente des grumeaux, appelés "nuages". On peut déterminer leur distribution à partir de la distribution  $I(\ell, b, v_R)$  de la Fig. 7.7. Plaçons nous pour simplifier dans le plan galactique ( $b = 0$ ). Lorsqu'il y a un pic d'intensité dans le plan  $I(\ell, v_R)$ , c'est qu'un nuage se trouve dans la direction  $\ell$  et se déplace avec la vitesse radiale  $v_R$ . Les points 2 et 3 de la Fig. 7.8 ont la même valeur de  $v_R$ . Pour déterminer si le nuage est en 2 ou 3, on mesure l'étendue du nuage perpendiculairement au plan galactique. Si elle est grande, on s'attend à ce que le nuage soit proche. On peut ainsi reconstituer la distribution de gaz dans le plan galactique (Fig. 7.9). Les structures à grande échelle, cohérentes de la Fig. 7.9 ont été identifiées en tant que bras spiraux. Cependant, la détermination de la distance des nuages HI est incertaine (Burton 1988).

Georgelin and Georgelin (1976) ont combiné des observations (dans le domaine optique) d'étoiles jeunes, des données radio de HI, de molécules et des émissions HII. Les distances ont été déterminées en assignant des magnitudes absolues pour les étoiles proches, et sur base de la cinématique pour les plus lointaines. Quoique sujet à de très grandes incertitudes (à cause des distances cinématiques),

ce modèle est longtemps resté le modèle "standard" de la structure spirale de notre Galaxie (Fig. 7.10).

Ultérieurement, des observations dans le domaine millimétrique de molécules tel CO ont également révélé des structures de grande échelle et cohérentes, avec un meilleur contraste que pour HI (ex : Dame et al. 1986), mais avec également le problème de la détermination de la distance.

Le nombre de bras spiraux (2 ou 4) est encore activement débattu (Benjamin 2008), ainsi que l'étendue, la vitesse de rotation et la masse de notre Galaxie. Les parallaxes du satellite Gaia apporteront des avancées considérables dans les toutes prochaines années.

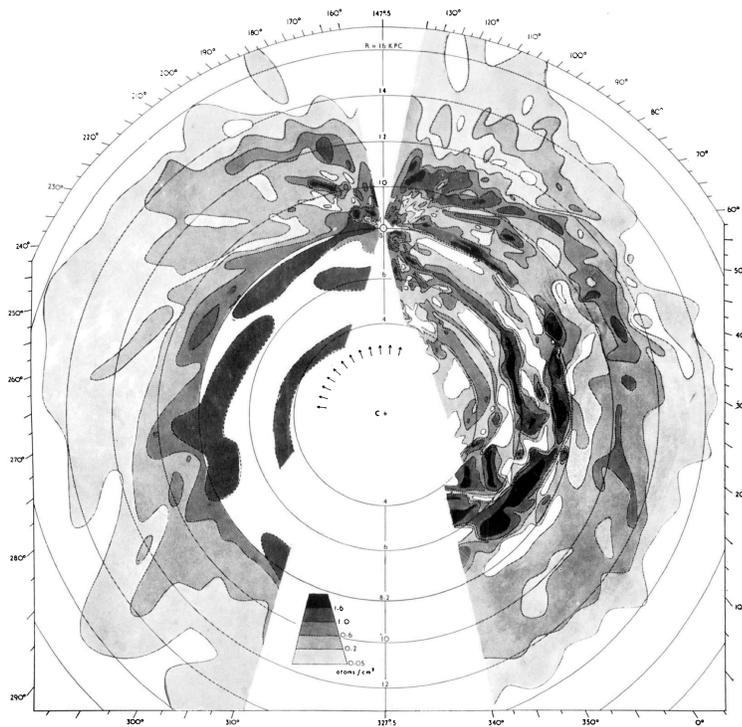


FIG. 4.—Distribution of neutral hydrogen in the Galactic System. The maximum densities in the  $z$ -direction are projected on the galactic plane, and contours are drawn through the points.

FIGURE 7.9 – Distribution d'hydrogène neutre dans le plan galactique, à partir d'observations de HI à 21cm (Oort, Kerr & Westerhout, 1958, MNRAS 118, 379).

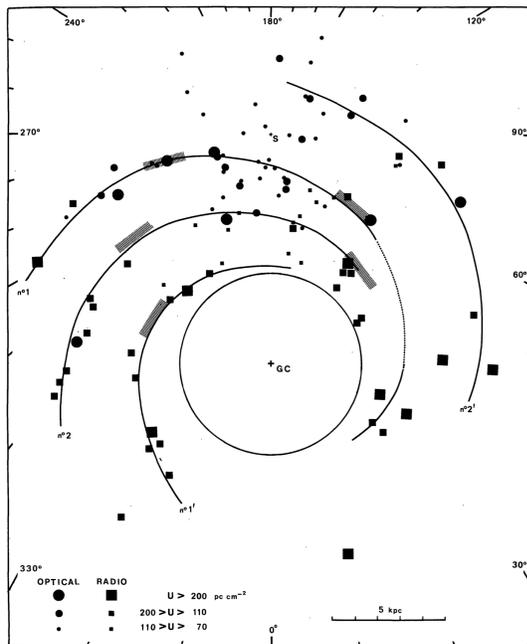


Fig. 11. Spiral model of our Galaxy obtained from high-excitation-parameter H II regions ( $U > 70 \text{ pc cm}^{-2}$ ); the resulting spiral pattern has two symmetrical pairs of arms (i.e. four altogether). No. 1. Major arm: *Sagittarius-Carina arm*; No. 2. Intermediate arm: *Scutum-Crux arm*; No. 1'. Internal arm: *Norma arm*; No. 2'. External arm: *Perseus arm*. Hatched areas correspond to intensity maxima in the radio continuum and in neutral hydrogen

FIGURE 7.10 – Le modèle de Georgelin & Georgelin (1976, A&A. 49, 57) de galaxie spirale pour la Voie Lactée.



FIGURE 7.11 – Images de deux galaxies spirales, NGC 1300 (gauche) and NGC 3370 (droite), qui pourraient présenter des points communs avec notre Galaxie (mais de grandes incertitudes subsistent). On pense que notre Galaxie est une galaxie spirale (meilleure supposition : type Sb ou Sc). Cependant, puisque nous sommes situés à l'intérieur de notre Galaxie, caractériser sa structure s'est révélé très compliqué. Crédit : Reid, <https://www.cfa.harvard.edu/reid/background.html>

### 7.2.2 Les nuages moléculaires

D'ordinaire, les molécules sont trouvées dans les régions les plus denses et froides de l'ISM : densité  $\approx 10^9$  particules/cm<sup>3</sup>, températures  $\approx 10 - 30$ K. On pense que ces nuages sont les lieux de naissance des étoiles. Ils se contractent lentement sous leur propre gravité et des étoiles finissent par se former au centre.

L'hydrogène est l'élément le plus abondant de l'Univers et donc la molécule la plus abondante est H<sub>2</sub>. Mentionons en passant que le mode de formation de nombreuses molécules (dont H<sub>2</sub>) est encore incertain. On pense que les molécules se forment en présence d'un catalyseur, probablement à la surface de grains de poussière, puis s'évaporent dans la phase gazeuse.

Cependant, H<sub>2</sub> ne possède pas de moment dipolaire électrique permanent, donc ne peut pas émettre de rayonnement dipolaire via des transitions rotationnelles. De plus, les transitions quadripolaires (beaucoup plus faibles) nécessitent des énergies assez importantes. Par exemple, pour H<sub>2</sub> le premier état rotationnel au-dessus du fondamental nécessite une température de 510K, ce qui est beaucoup plus élevé que les températures rencontrées dans le milieu interstellaire. Donc la molécule la plus abondante ne peut pas être observée dans son état majoritaire. Sa présence peut être déduite par des raies en absorption dans le spectre UV de sources d'arrière-plan.

Pour observer les nuages moléculaires, on se tourne alors vers la seconde molé-

cule la plus abondante, CO. Sa fréquence fondamentale ( $J = 1 \rightarrow 0$ ) est 115 GHz (2.6mm), puis 230GHz, 345GHz, etc. La raie à 2.6mm est excitée par collision avec la molécule la plus abondante,  $H_2$ .

Comme la densité du nuage moléculaire est celle de  $H_2$ , on peut tenter de déterminer la densité de  $H_2$  nécessaire pour exciter les différentes raies de CO. Cette méthode est moins directe que l'utilisation de la raie à 21cm qui permet de déterminer la quantité de HI produisant cette transition. En effet, outre des effets hors-ETL, il peut y avoir beaucoup de C piégé dans les grains.

La distribution galactique de CO se révèle assez différente de celle de HI : très peu de CO est détecté au-delà de 10kpc du centre galactique, alors qu'on trouve HI bien au-delà.

### 7.2.3 Nébuleuses gazeuses

Elles sont classifiées en deux groupes principaux :

— les régions HII ou nébuleuses diffuses :

On a vu que les étoiles naissent au cœur des nuages moléculaires. Les photons UV des étoiles récemment formées O et B ( $T_{\text{eff}} = 30\,000$  à  $50\,000\text{K}$ ) ionisent alors l'ISM environnant. En effet, le rayonnement de corps noir des étoiles moins massives produit trop peu de photons d'énergie  $\geq 13.6$  eV susceptibles d'ioniser HI, alors qu'un corps noir de  $T = 35\,000\text{K}$  (type spectral O8V) émet 32% de photons d'énergie  $h\nu > 13.6$  eV. Une telle région d'hydrogène ionisé est appelée *région HII*.

On y trouve :

— HII (d'où le nom de région HII)

— HeII

— les autres éléments sont ionisés 1 ou 2 fois.

Le gaz chaud et ionisé s'étend, diminuant la densité de la nébuleuse et accroissant le volume ionisé. Le bord extérieur de la nébuleuse constitue un front d'ionisation qui s'étend dans les régions de gaz neutres, et dont on peut calculer l'extension : c'est la *sphère de Stromgren*.

Les régions HII sont fortement concentrées dans les bras spiraux des galaxies, dont elles constituent les meilleurs traceurs pour les galaxies distantes.

— les nébuleuses planétaires :

Les nébuleuses planétaires (appelées ainsi pour des raisons historiques : à la basse résolution accessible au XVIIIème siècle, similitude de certaines nébuleuses planétaires avec les images de planètes) sont constituées de coquilles de matière éjectées par des étoiles de masse faible et intermédiaire ( $1-8M_{\odot}$ ) lorsque celles-ci ont épuisé leurs réserves énergétiques (fusion de

l'hydrogène, puis de l'hélium). Elles expulsent alors leur enveloppe dans l'espace et ne subsiste au centre qu'un coeur inerte de CO se refroidissant pour évoluer en une naine blanche de CO. Les températures des objets centraux sont assez élevées ( $\sim 50\,000$  à  $100\,000$  K) et donc les nébuleuses planétaires sont souvent davantage ionisées (avec beaucoup d'He III par exemple) que les régions HII.

Les nébuleuses planétaires diffèrent donc des régions HII classiques :

- La zone de gaz dense est limitée au vent en expansion. Un précurseur typique de nébuleuse planétaire est une étoile AGB (Asymptotic Giant Branch) subissant un taux de perte de masse de  $\dot{M} \approx 10^{-4} M_{\odot}/\text{an}$  pendant environ 2000 ans, avec une vitesse de vent de l'ordre de 15 km/s. Le profil de densité n'est pas en  $r^{-2}$  (ce qu'on attend d'un écoulement continu) mais beaucoup plus irrégulier.
- L'étoile centrale est une naine blanche, généralement beaucoup plus chaude que les étoiles O des régions HII. Par conséquent, l'hélium est souvent totalement ionisé (en HeIII) et on atteint des états d'ionisation élevés pour des éléments lourds (OIV, NeIV, NeV).
- Les photons UV sont plus énergétiques dans les nébuleuses planétaires que dans les régions HII et les photo-ionisations produisent un échauffement plus grand du gaz (jusqu'à 16 000K, alors que la température est plutôt 7000-10000K dans les régions HII).

La géométrie des nébuleuses planétaires est très variée. L'origine des écarts à la symétrie sphérique fait encore débat (champ magnétiques ? binarité ? jets ?).

Le temps de vie des nébuleuses planétaires est court (quelques  $10^4$  ans).

En outre, il existe des objets plus transitoires :

- les coquilles de novae ou, plus rares, celles de supernovae
- les galaxies actives, dans lesquels les mêmes processus physiques interviennent, mais avec de photons beaucoup plus énergétiques

### Recombinaison de l'Hydrogène

Les raies de recombinaison proviennent de la recombinaison des électrons et des protons :



suivies de cascades radiatives :

$$\begin{array}{lll} n = 2, 3, 4, \dots \rightarrow 1 & \text{Ly}\alpha, \text{Ly}\beta, \text{Ly}\gamma, \dots & \text{Série de Lyman} \\ n = 3, 4, 5, \dots \rightarrow 2 & \text{H}\alpha, \text{H}\beta, \text{H}\gamma, \dots & \text{Série de Balmer} \end{array}$$

- La série de Lyman s'étend de Ly $\alpha$  à 1215Å jusqu'à la discontinuité de Lyman à 912Å (continu de Lyman :  $\lambda < 912\text{Å}$ ).
- La série de Balmer s'étend de H $\alpha$  à 6563Å jusqu'à la discontinuité de Balmer à 3646Å (continu de Balmer :  $\lambda < 3646\text{Å}$ ).

### Equations d'équilibre statistique

Le coefficient de recombinaison d'un ensemble d'électrons à la température  $T$  vers le niveau  $n\ell$  est donné par :

$$\alpha_{n\ell}(T) = \int_0^\infty \sigma_{n\ell} v f(v) dv \quad (7.42)$$

où  $\sigma_{n\ell}$  est la section efficace de recombinaison du continu vers le niveau  $n, \ell$ .

Par soucis de simplification de notation, on ne tient pas compte de la dégénérescence des niveaux : soit  $\alpha_n(T_e)$  le coefficient de recombinaison vers le niveau  $n$ . A l'équilibre, le nombre de transitions peuplant le niveau excité  $n$  est égal au nombre de transitions le dépeuplant (par  $\text{cm}^3$  et par seconde, cf Fig. 7.12) :

$$\alpha_n(T_e) N_e N_{H^+} + \sum_{n'=n+1}^{\infty} N_{n'} A_{n'n} + N_1 B_{1n} u_{\nu_{1n}} = \sum_1^{n''=n-1} N_n A_{nn''} \quad (7.43)$$

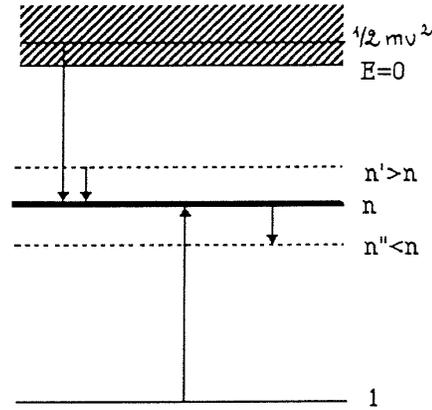
Le terme  $N_1 B_{1n} u_{\nu_{1n}}$  correspond aux transitions induites par absorption de photons à partir du fondamental (le seul suffisamment peuplé). Le champ de rayonnement peut avoir plusieurs origines :

- rayonnement stellaire : il est généralement négligeable, car très dilué,
- rayonnement de la nébuleuse dans les raies de la série de Lyman.

On considère deux cas extrêmes :

- Cas A : La nébuleuse est optiquement mince dans les raies de recombinaison de la série de Lyman. Les photons émis dans ces raies échappent de la nébuleuse sans être absorbés, et donc sans provoquer de transition vers le haut : le terme  $N_1 B_{1n} u_{\nu_{1n}}$  est négligeable. L'équation d'équilibre statistique pour le niveau  $n$  est :

$$\alpha_n(T_e) N_e N_{H^+} + \sum_{n'=n+1}^{\infty} N_{n'} A_{n'n} = \sum_1^{n''=n-1} N_n A_{nn''} \quad (7.44)$$

FIGURE 7.12 – Illustration niveau d'excitation  $n$ , cf Eq. 7.43. Source : A. Zavagno

- Cas B : La nébuleuse est optiquement épaisse dans les raies de recombinaison de la série de Lyman. Les photons émis dans les raies de la série de Lyman sont rapidement absorbés sur place. Donc  $N_1 B_{1n} u_{\nu_{1n}} = N_n A_{n1}$ . L'équation d'équilibre statistique pour le niveau  $n$  est :

$$\alpha_n(T_e) N_e N_{H^+} + \sum_{n'=n+1}^{\infty} N_{n'} A_{n'/n} = \sum_{n''=2}^{n-1} N_{n''} A_{nn''} \quad (7.45)$$

Le cas B est la meilleure approximation pour les régions HII et les nébuleuses planétaires observables (où la densité de matière est suffisante).

Le taux de recombinaison total est obtenu en sommant sur tous les niveaux  $n$  et en tenant compte du nombre quantique  $\ell$  :

$$\alpha_A(H, T_e) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\ell=0}^{n-1} \alpha_{n\ell}(T_e) \quad (7.46)$$

$$\alpha_B(H, T_e) = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{\ell=0}^{n-1} \alpha_{n\ell}(T_e) \quad (7.47)$$

$$(7.48)$$

Le nombre total de recombinaison s'écrit :

— Cas A :  $n_e n_p \alpha_A(H, T_e)$  [ $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ ]

— Cas B :  $n_e n_p \alpha_B(H, T_e)$  [ $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ ]

### Sphère de Strömgen

Hypothèses :

- Le seul processus ionisant est l'ionisation par absorption du rayonnement de l'étoile ( $\lambda < 912\text{\AA}$ )
- L'ionisation par collision est négligée (car la densité du gaz est faible)
- Soit  $\nu_0$  la fréquence correspondant à  $\lambda_0 = 912\text{\AA}$  ( $h\nu_0 = 13.6\text{ eV}$ ) donc  $\nu_0 = 3.3 \times 10^{15}\text{ Hz}$
- Le gaz n'est composé que d'hydrogène et sa densité est uniforme
- Comme la recombinaison est beaucoup plus lente que la désexcitation spontanée, on suppose que tous les atomes d'H sont dans leur état fondamental
- Dans la région  $\text{H}^+$  l'hydrogène est entièrement ionisé
- La zone de transition  $\text{H}^+ - \text{H}$  est très mince
- La structure d'ionisation est considérée comme statique : le temps de recombinaison est court par rapport au temps dynamique (de la nébuleuse planétaire ou de la région III).

En tout point, le taux de photoionisation à partir du fondamental (1s) est contrebalancé par la recombinaison vers tous les niveaux :

$$n_{1s} \int_{\nu_1}^{\infty} \frac{4\pi J_\nu}{h\nu} a_\nu(1s) d\nu = n_p n_e \alpha(T_e) \quad (7.49)$$

où  $a_\nu(n\ell)$  est la section efficace de photo-ionisation, et  $J_\nu = \int I_\nu d\Omega/4\pi$  est l'intensité moyenne au point considéré (Eq. 1.3).

On se place dans le Cas B de la recombinaison : le nombre total de photons ionisant émis par une étoile de température  $T_*$  et de rayon  $R_*$ , soit :

$$Q = \int_{\nu_1}^{\infty} \frac{4\pi R_*^2 \pi B_\nu(T_*)}{h\nu} d\nu \quad (7.50)$$

doit être égal au nombre total de recombinaisons vers des états excités ( $n > 1$ ) :

$$Q = \int n_p n_e \alpha_B dV \quad (7.51)$$

On peut montrer que H est complètement ionisé jusqu'à un rayon critique  $R_S$ , appelé *rayon de Strömgen* :

$$r < R_S \quad n_p = n_e = n_H \quad (7.52)$$

$$r > R_S \quad n_p = n_e = 0 \quad (7.53)$$

Dans ce cas, en intégrant l'Eq. 7.51 :

$$Q = \frac{4}{3}\pi R_S^3 n_H^2 \alpha_B \quad (7.54)$$

En remplaçant  $B_\nu(T_*)$  par son expression de l'Eq. 2.9, l'Eq. 7.50 devient :

$$Q = \frac{8\pi^2 R_*^2}{c^2} \left(\frac{kT_*}{h}\right)^3 G(T_*) \quad \text{avec :} \quad G(T_*) = \int_{\frac{h\nu_1}{kT_*}}^{\infty} \frac{x^2}{e^x - 1} dx$$

La fonction  $G(T_*)$  augmente monotoniquement avec  $T_*$ .

Si l'étoile rayonne comme un corps noir, sa luminosité est (Eq. 2.22)  $L_* = 4\pi R_*^2 \sigma T_*^4$  et avec l'expression (Eq. 2.12) de  $\sigma$ , on obtient :

$$Q = \frac{15G(T_*)}{\pi^4 k T_*} L_* \quad (7.55)$$

En remplaçant dans l'Eq. 7.54, on obtient l'expression du rayon de Strömgen :

$$R_S = \left[ \frac{45G(T_*)L_*}{4\pi^5 k T_* n_H^2 \alpha_B(T_e)} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (7.56)$$

Exemple :

Pour une étoile O8V,  $T = 37\,000\text{K}$  et  $R_* = 10R_\odot = 6.96 \times 10^{11} \text{ cm}$ . L'intégration numérique donne  $N_i = 7.95 \times 10^{48} \text{ photons/s}$ . Avec  $n_e = n_H = 1000$  et  $\alpha_B = 2.59 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$  (cf Tab. 9.4), on trouve  $R_S = 1.93 \times 10^{18} \text{ cm}$  ou  $0.63 \text{ pc}$ .

Ce développement simple permet de relier le type spectral à la taille et la densité de la région HII. Si le type spectral est connu et qu'on connaît la densité par ailleurs, la taille angulaire peut être comparée à  $R_S$  pour trouver la distance.

De plus, ce raisonnement est valable pour n'importe quelle région ionisée. Si la source du rayonnements un noyau actif de galaxie (AGN), alors il suffit d'utiliser le spectre d'un AGN (une loi en puissance) au lieu de la fonction de Planck dans l'Eq. 7.50.

Via un calcul similaire, on peut calculer la structure d'ionisation de la nébuleuse pour He et pour les éléments lourds.



FIGURE 7.13 – La nébuleuse d'Orion M42, une région H II créée par la photoionisation d'un nuage de gaz géant par des étoiles jeunes (Wide Field Imager, telescope MPG/ESO 2.2m, la Silla, Chili). Cette image est composite, à partir de 5 filtres photométriques différents : rouge, H $\alpha$  (représenté en rouge aussi), jaune-vert, bleu, ultraviolet (représenté en pourpre). Les générations précédentes d'étoiles massives, qui ont explosé en supernova, ont créé une bulle qui s'étend et comprime les nuages de gaz moléculaire (H $_2$ ). La nébuleuse d'Orion, située à l'intérieur de la bulle qui comprime le nuage moléculaire "Orion A", est le site le plus récent de formation stellaire dans Orion. Credit : ESO/Igor Chekalin

## Chapitre 8

# Astronomie extragalactique

### 8.1 Démographie galactique

Il existe trois types dominants de galaxies dans l'Univers :

- les galaxies spirales (avec un bulbe, un disque et un halo). Celles avec un bulbe dominant sont appelées (malencontreusement) *early-type* (précoces, bien qu'elles soient surtout constituées d'étoiles tardives, *late-type*). Celles avec peu ou pas de bulbe sont appelées *late-type* (bien que leur disque soit le siège d'une formation stellaire importante et qu'elles soient surtout constituées d'étoiles massives *early-type*). De nombreuses galaxies spirales, y compris notre Galaxie, comportent une barre centrale. Les étoiles se déplacent approximativement sur des orbites circulaires autour du centre galactique dans le plan du disque.
- les galaxies elliptiques : elles ressemblent aux bulbes des galaxies spirales (sans le disque donc). Elles possèdent peu de poussière et de gaz. Leurs étoiles semblent posséder des orbites aléatoires d'inclinaison et d'excentricité variables. Les galaxies les plus massives connues sont elliptiques.
- les galaxies irrégulières. La formation stellaire y est encore active et elles ont donc des populations stellaires jeunes.

On ne comprend pas encore bien pourquoi les galaxies existent sous ces trois formes, ni comment les galaxies évoluent. La Fig. 8.1 présente la classification "en fourchette"<sup>1</sup> de Hubble (1936).

La classe des galaxies elliptiques se divise en fonction de l'ellipticité de la

---

1. Hubble pensait initialement que ce diagramme pourrait être interprété comme une séquence évolutive pour les galaxies. Il a donc appelé les galaxies à la gauche de ce diagramme *early-type*, et celles à droite *late-type*, une terminologie encore largement utilisée aujourd'hui.

galaxie :

$$\epsilon = 1 - \frac{\beta}{\alpha} \quad (8.1)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont les semi-grands axes apparents de l'ellipse (i.e. le sphéroïde projeté sur le plan du ciel). Cette classification est évidemment très dépendante de l'orientation du sphéroïde par rapport à la ligne de visée. Les ellipticités varient entre 0 et 7 (par exemple E0...E7).

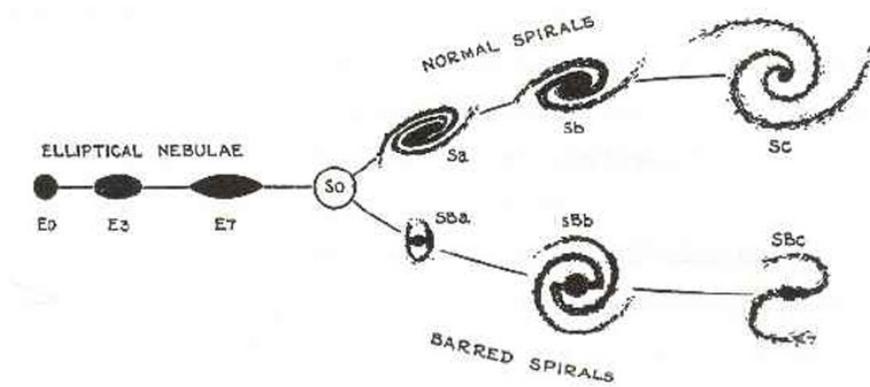


FIGURE 8.1 – Le diagramme en fourchette de Hubble (1936, *The Realm of the Nebulae*, Yale Univ. Press, Yale) est à la base de la classification actuelle des galaxies.



FIGURE 8.2 – La galaxie spirale NGC 7424, obtenue par l'instrument VIMOS sur le Very Large Telescope de 8.2m Melipal de l'ESO. Elle est classée comme SAB(rs)cd, intermédiaire en spirale normale et spirale barrée. Credit : ESO



FIGURE 8.3 – La galaxie elliptique NGC 1316, dans l'amas de galaxies Fornax, obtenue par l'instrument FORS-1 sur le Very Large Telescope de 8.2m Antu de l'ESO. Credit : ESO



FIGURE 8.4 – La galaxie naine irrégulière NGC 6822 (galaxie de Barnard). On remarque des "échos de lumière" en rouge en haut à gauche. Image obtenue au télescope MPG/ESO de 2.2m de La Silla, ESO. Credit : ESO

## 8.2 Les galaxies actives

Lorsqu'on regarde loin, on regarde le passé de l'Univers. Ceci révèle que dans leur jeunesse les galaxies avaient des noyaux particulièrement actifs que l'on n'observe que rarement dans les galaxies contemporaines.

- Les galaxies *Seyfert 1* ont de larges raies en émission concernant des transitions permises (H I, He I, He II) et des raies étroites interdites (comme [O III]). La largeur des raies est attribuée à l'élargissement Doppler dû à la vitesse des sources : entre 1000 et 5000 km/s pour les raies permises, 500 km/s pour les raies interdites (provenant de régions de faible densité gazeuse).
- Les galaxies *Seyfert 2* ont des raies étroites (permises et interdites) de vitesses de l'ordre de 500 km/s.
- Les spectres montrent un continu sans raies provenant d'une petite source centrale. Les galaxies *Seyfert 1* ont une grande luminosité provenant de ce continu, qui surpasse la lumière de toutes les étoiles de la galaxie. Le continu des galaxies *Seyfert 2* est moins lumineux.
- Les spectres qui contiennent des raies permises larges et étroites sont classés *Seyfert 1.5*

Les émissions de rayons X importantes et variables (variabilité de l'heure à la journée) sont courantes chez les *Seyfert 1* et *1.5*, mais plus rares chez les *Seyfert 2*. L'analyse des rayons X les plus énergétiques (hard X rays) dans les *Seyfert 2* montre que les rayons X moins énergétiques (soft X rays) ont été absorbés par de la matière possédant une densité de colonne d'hydrogène énorme ( $10^{22}$  à  $10^{24}$  cm<sup>-2</sup>).

La plupart des galaxies *Seyfert* assez proches pour être résolues sont des galaxies spirales (Sb ou SBb), souvent en interaction avec d'autres galaxies. Malheureusement on ne peut pas résoudre la source d'énergie centrale même de la galaxie *Seyfert* la plus proche.

Les galaxies *Seyfert* sont le type le plus répandu de galaxies à noyau actif (AGN, Active Galaxy Nuclei), qui comptent également les galaxies radio, les quasars, les QSO, et les blazars.

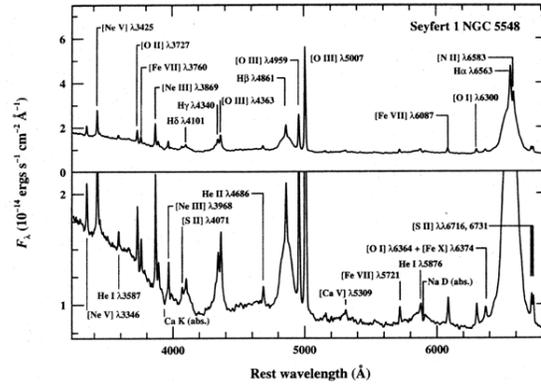


FIGURE 8.5 – Spectre visible d’une galaxie Seyfert 1 : NGC 1275. L’encart du bas montre les caractéristiques plus faible du continu. (Crédit : A. V. Filippenko.).

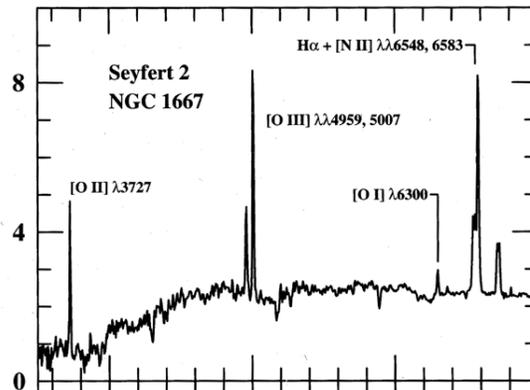


FIGURE 8.6 – Spectre visible d’une galaxie Seyfert 2 : NGC 1667. Certaines raies en émission importantes sont identifiées (Ho, Filippenko, and Sargent 1993). Les unités sont :  $\text{Å}$  pour l’axe des longueurs d’onde et  $\text{ergs s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{Å}^{-1}$  pour l’axe  $F_{\lambda}$ . (Crédit : A. V. Filippenko.).

### 8.3 Variation des constantes fondamentales

En 1937, Paul Dirac proposait déjà, sur base d'arguments plutôt philosophiques, que les constantes fondamentales puissent varier au cours du temps<sup>2</sup>. Actuellement, de nombreux cadres théoriques autorisent la variation de constantes fondamentales, par exemple la théorie des cordes (Maeda 1988) ou MOND (Clifton et al. 2012).

Les constantes les plus étudiées sont la constante de structure fine  $\alpha$ , la constante gravitationnelle  $G$  et le rapport entre la masse de l'électron et celle du proton,  $\mu$ . La constante de structure fine détermine le couplage entre les photons et les particules chargées :

$$\alpha = \frac{q^2}{\hbar c} \approx 1/137.03599976(50) \quad (8.2)$$

avec

$$q^2 \equiv \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \quad (8.3)$$

On peut se demander si  $\alpha$  est réellement une constante, i.e. si  $\alpha$  ne varie pas avec le temps et avec la position. Cette hypothèse a été testée à l'aide :

- des désintégrations naturelles survenues il y a 1.8 milliard d'années ( $z \approx 0.14$ ), pendant 200 000 ans, dans le réacteur naturel à uranium de la mine d'Oklo (Gabon). En supposant que l'interaction faible soit restée identique au cours du temps, on trouve une variation de la constante de structure fine  $|\Delta\alpha/\alpha| < 7 \times 10^{-8}$  (Petrov et al. 2006).
- des météorites (4-5 milliard d'années,  $z \approx 0.45$ )  $|\Delta\alpha/\alpha| < 3 \times 10^{-7}$  (Olive et al. 2002).
- du rayonnement diffus cosmologique à  $z \approx 1100$  :  $|\Delta\alpha/\alpha| \leq 10^{-2}$  (Landa & Scooccola 2010, Planck Collaboration 2014).
- des raies spectrales observées dans le spectres de quasars situés dans différentes directions et à différentes distances. Les quasars sont parmi les objets astronomiques les plus éloignés observables. En particulier l'observation de quasars permet de tester l'éventuelle variabilité temporelle de la constante de la structure fine.

---

2. On lira avec intérêt : J.P. Uzan, *Rev. Modern Physics*, 75, 403, 2003: The fundamental constants and their variation: observational and theoretical status

Décalage spectral (Redshift) :

$$1 + z \equiv \frac{a_0}{a(t)} = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{\lambda_0} \quad (8.4)$$

$a(t)$  est le facteur d'échelle à l'époque où l'objet a émis la lumière qui nous parvient, et  $a_0$  la valeur actuelle du facteur d'échelle

La distance d'une galaxie est donnée par :

$$d = \frac{c z}{H_0} \quad (8.5)$$

$H_0 = 72 \pm 8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  (Freedman et al. 2001) est la constante de Hubble.

### Spectres de quasars

On mesure les raies en absorption produites par des métaux présents dans différents nuages intergalactiques situés à différentes distances entre le quasar et nous.

En pratique, on observe une raie de longueur d'onde  $\Lambda$ , dotée d'une structure fine de deux composantes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  (doublet). Le spectre observé est différent d'un spectre en laboratoire :

- il est décalé vers le rouge (car l'expansion de l'univers a dilaté la longueur d'onde moyenne  $\Lambda$ );
- une différence d'écart entre les deux composantes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  traduirait une modification de la constante de structure fine.

En effet, l'écart en fréquence entre les deux raies de structure fine d'un doublet est :

$$\Delta\nu = \frac{\alpha^2 Z^4 R_\infty}{2n^3} \text{ cm}^{-1} \quad (8.6)$$

On en déduit, si  $\Delta$  représente l'écart entre les 2 raies du doublet, et la dérivée  $d$  la variation en fonction du décalage spectral  $z$  de la grandeur considérée :

$$\frac{\Delta\nu}{\bar{\nu}} \propto \alpha^2 \quad (8.7)$$

$$d\left(\frac{\Delta\nu}{\bar{\nu}}\right) = 2\alpha d\alpha \quad (8.8)$$

$$\frac{d\left(\frac{\Delta\nu}{\bar{\nu}}\right)}{\frac{\Delta\nu}{\bar{\nu}}} = \frac{2d\alpha}{\alpha} \quad (8.9)$$

Or :

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad (8.10)$$

$$d\nu = -c \frac{d\lambda}{\lambda^2} \quad (8.11)$$

$$\frac{d\nu}{\nu} = -\frac{d\lambda}{\lambda} = -d(\ln \lambda) \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta\nu}{\nu} = -\Delta(\ln \lambda) \quad (8.12)$$

Donc :

$$\frac{d(\Delta \ln \lambda)}{\Delta \ln \lambda} = \frac{2d\alpha}{\alpha} \quad (8.13)$$

$$\frac{(\Delta \ln \lambda)_z - (\Delta \ln \lambda)_0}{(\Delta \ln \lambda)_0} = \frac{2d\alpha}{\alpha} \quad (8.14)$$

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right)_z - 1 \right] \quad (8.15)$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2 + \lambda_1} \right)_z - 1 \right] \quad (8.16)$$

Donc en mesurant les deux longueurs d'onde de doublet et en comparant aux longueurs d'onde de laboratoire, on peut mesurer la variation temporelle de la constante de structure fine.

Exemple de raies utilisées :

- raies en émission : [O III] doublet (4960, 5008 Å), [Ne III] doublet (λ 3869, 3968 Å), [Si II] (λ 6719, 6733 Å)
- raies en absorption : Si IV (λ1394, 1403 Å)

Prenons l'exemple d'un système à 6 électrons (CI, NII, OIII, FIV, NeV). La configuration fondamentale  $1s^2 2s^2 2p^2$  est de parité paire ( $\prod_i (-1)^{\ell_i} = 1$ ). Les électrons des couches  $1s^2$  et  $2s^2$  forment des couches fermées; et la couche  $2p$  est partiellement remplie. Il y a 3 configurations possibles  $^{2S+1}\mathcal{L}_J^p$  (voir Fig. 8.7) :

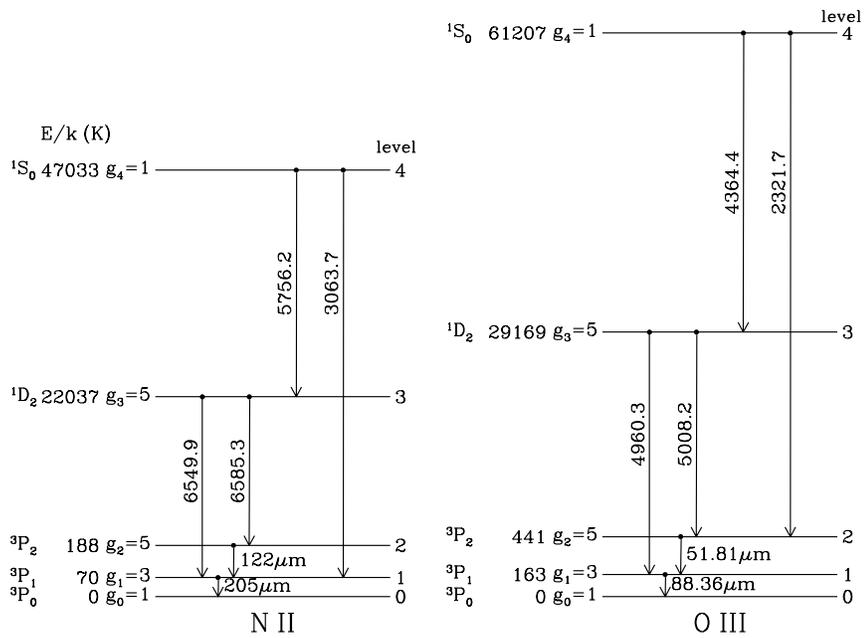
$^3P$  (i.e.  $L = 1, S = 1$ ), qui se sépare en trois niveaux fins ( $|L - S| < J < |L + S|$ ) :

$^3P_{0,1,2}$

$^1D$  (i.e.  $L = 2, S = 0$ ) (singulet car spin 0, donc  $J=L=2$ )

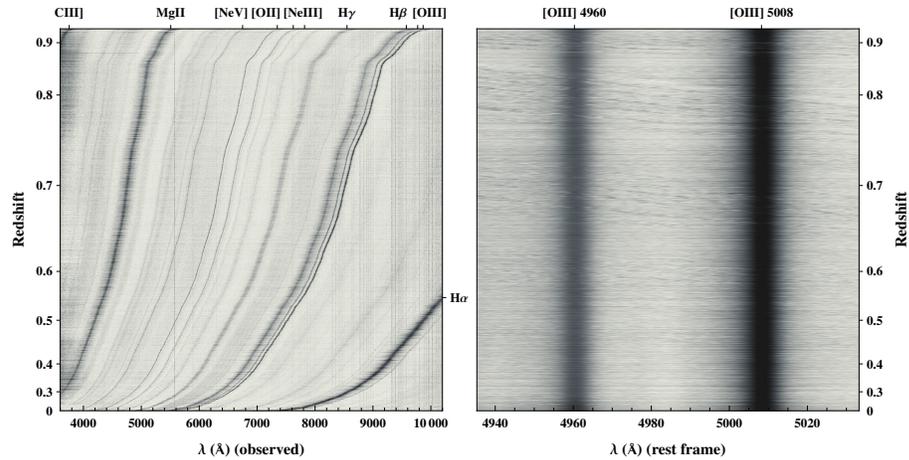
$^1S$  (i.e.  $L = 0, S = 0$ ) (singulet aussi).

Les transitions  $^1D_2 \rightarrow ^3P_1$  et  $^1D_2 \rightarrow ^3P_2$  donnent lieu au doublet  $\lambda_1 = 4960.295\text{Å}$ ,  $\lambda_2 = 5008.240\text{Å}$  dans OIII. Ce doublet [OIII] est la paire de raies en émission la plus utilisée car la mieux observée dans les spectres de quasars à relativement haut signal sur bruit (Fig. 8.8). Ces transitions sont interdites (transitions dipolaires magnétiques et quadripolaires électriques) et ne sont pas observées en laboratoire. Leurs longueurs d'onde sont donc obtenues de manière indirecte.



**Figure 4.1** Energy-level diagram for the ground configuration of the  $2p^2$  ions N II and O III. (Fine-structure splitting is exaggerated for clarity.) Forbidden transitions connecting these levels are shown, with wavelengths in vacuo.

FIGURE 8.7 – Source : Draine, Physics of the Interstellar and Intergalactic Medium



**Figure 3.** Composite image with our fiducial sample of 10363 BOSS quasar spectra sorted by redshift. Left-hand panel: the whole range of wavelengths is shown. From right to left, the strongest emission lines are  $H\alpha$  6565 Å; [O III]  $\lambda\lambda$  4960, 5008 Å;  $H\beta$  4861 Å;  $H\gamma$  4341 Å; [Ne III]  $\lambda\lambda$  3869, 3968 Å; [O II] 3730 Å; [Ne V] 3426 Å; Mg II 2796 Å and C III] 1906 Å. The narrow straight line at 5579 Å is the strong [O I] atmospheric line. Right-hand panel: wavelength interval centred at the [O III] doublet in rest frame.

FIGURE 8.8 – Albareti et al., 2015, MNRAS 452, 4153

Les mesures les plus récentes au VLT (Fig. 8.9) semblent indiquer que la constante de structure fine n'a pas varié ni dans l'espace ni dans le temps, en accord avec les résultats d'Oklo.

Il faut remarquer que toutes les interprétations en termes de variation de la constante de structure fine font l'hypothèse - invérifiée - que les autres constantes fondamentales ne varient pas.

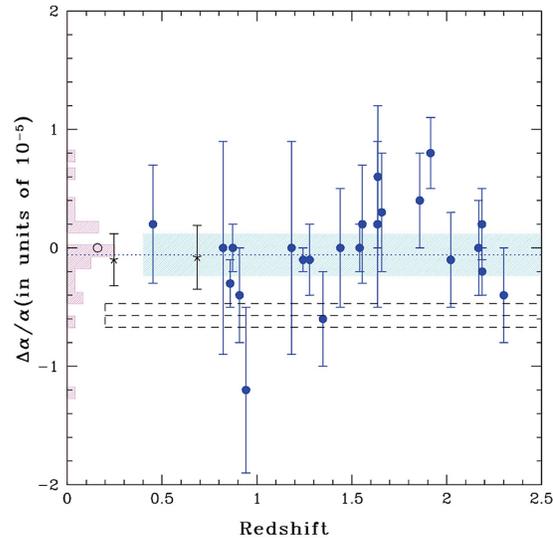


FIGURE 8.9 – Mesures de la variation relative de la constante de structure fine  $\alpha$ , à partir d'un échantillon, observé avec UVES au VLT, de systèmes en absorption (utilisant des quasars lointains comme "chandelle"), en fonction du décalage spectral (redshift) et donc du temps inversé. Le cercle est la mesure provenant du réacteur naturel d'Oklo et les étoiles proviennent de mesures de quasars impliquant des raies moléculaires. Les traits interrompus indiquent la zone de variation de  $\alpha$  telle qu'annoncée par Murphy et al. (2003). Les mesures UVES sont clairement incompatibles avec une telle variation de la constante de structure fine. (Source : Srianand et al., *Phys. Rev. Lett.* 92:121302, 2004 and ESO Science release 0407).



# Chapitre 9

## Annexes

**Table G.6.** The electromagnetic spectrum<sup>a</sup>

Waveband	Wavelength range (cm)	Frequency range (Hz)	Energy range <sup>b</sup> (eV)
Radio <sup>c</sup>	$\geq 1$	$\leq 3 \times 10^{10}$	$\leq 1.2 \times 10^{-4}$
(Microwave) <sup>c</sup>	(100 $\rightarrow$ 0.1)	( $3 \times 10^8 \rightarrow 3 \times 10^{11}$ )	( $1.2 \times 10^{-6} \rightarrow 1.2 \times 10^{-3}$ )
Millimetre – Submillimetre <sup>c</sup>	1 $\rightarrow$ 0.01	$3 \times 10^{10} \rightarrow 3 \times 10^{12}$	$1.2 \times 10^{-4} \rightarrow 1.2 \times 10^{-2}$
Infrared	0.01 $\rightarrow$ $10^{-4}$	$3 \times 10^{12} \rightarrow 3 \times 10^{14}$	$1.2 \times 10^{-2} \rightarrow 1.2$
Optical	$10^{-4} \rightarrow 3 \times 10^{-5}$	$3 \times 10^{14} \rightarrow 10^{15}$	1.2 $\rightarrow$ 4.1
Ultraviolet	$3 \times 10^{-5} \rightarrow 10^{-6}$	$10^{15} \rightarrow 3 \times 10^{16}$	4.1 $\rightarrow$ 124
X-ray	$10^{-6} \rightarrow 10^{-9}$	$3 \times 10^{16} \rightarrow 3 \times 10^{19}$	124 $\rightarrow$ $1.2 \times 10^5$
Gamma-ray	$\leq 10^{-9}$	$\geq 3 \times 10^{19}$	$\geq 1.2 \times 10^5$

<sup>a</sup>There is some variation as to where the 'boundaries' of the various wavebands lie.

<sup>b</sup>The energy, in electron volts, can be computed from the definition of an electron volt (Table G.2) and the relation between energy and wavelength or frequency (Table 1.1), hence  $1 \text{ eV} \Rightarrow \lambda = 1.24 \times 10^{-4} \text{ cm}$  and  $\nu = 2.42 \times 10^{14} \text{ Hz}$ .

<sup>c</sup>In astrophysics, the radio band is taken to include microwave frequencies and occasionally to include the millimetre – submillimetre bands as well.

TABLE 9.1 – Le spectre électromagnétique (Crédit : Astrophysics, Decoding the Cosmos, Judith A. Irwin, John Wiles & Sons).

**Table 3.1.** Sample densities and temperatures in astrophysical gases<sup>a</sup>

Location	$n_e^b$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	$n_m + n_H^c$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	T (K)
Interplanetary Space	$1 - 10^4$	$\approx 0$	$10^2 - 10^3$
Solar corona	$10^4 - 10^8$	$\approx 0$	$10^3 - 10^6$
Stellar atmosphere	$10^{12}$	$\approx 0$	$10^4$
Stellar interiors	$10^{27}$	$\approx 0$	$10^{7.5}$
Planetary nebulae	$10^3 - 10^5$	$\approx 0$	$10^3 - 10^4$
HII regions	$10^2 - 10^3$	$\approx 0$	$10^3 - 10^4$
Interstellar space <sup>d</sup>	$10^{-3} - 10$ (avg. $\approx 0.03$ )	$10^{-2} - 10^5$ (avg. $\approx 1$ )	$10^2$
Intergalactic space	$< 10^{-5}$	$\approx 0$	$10^5 - 10^6$
Intergalactic HI clouds <sup>e</sup>		$10^{-6} - 10^{-3}$	$10^3 - 10^5$

<sup>a</sup>Ref. [96] unless otherwise indicated.

<sup>b</sup>Electron density. For a pure hydrogen gas that is completely ionized,  $n_e = n_p$  where  $n_p$  is the proton density.

<sup>c</sup> $n_m$  is the molecular gas density (predominantly  $\text{H}_2$ ) and  $n_H$  is the neutral atomic hydrogen (HI) gas density.

<sup>d</sup>The temperature quoted here is typical of interstellar HI clouds. However, there is a wide variety of densities, temperatures and degrees of ionization in the interstellar medium. For example, molecular clouds tend to have low temperatures (5–200 K, typically 30 K) and high densities ( $10^2$ – $10^5 \text{ cm}^{-3}$ , typically  $10^4 \text{ cm}^{-3}$ ). On the other hand, for ionized diffuse intercloud gas at  $n_e \approx 0.03 \text{ cm}^{-3}$  the temperatures are much higher ( $\approx 10^4 \text{ K}$ ).

<sup>e</sup>Typical density range for the Ly  $\alpha$  forest (see Figure 5.6 and Ref. [129]) for a redshift (Sect. 7.2.2) of  $z = 3.1$ . The ionized fraction is not easily determined. Values will vary with redshift.

TABLE 9.2 – Densités et températures de gaz astrophysique (Crédit : Astrophysics, Decoding the Cosmos, Judith A. Irwin, John Wiles & Sons).

**Table C.1.** Line data for the hydrogen atom<sup>a</sup>

Designation	Transition <sup>b</sup> $i-j$	$\lambda_{i,j}$ (nm) <sup>e</sup>	$f_{i,j}$ <sup>c</sup>	$A_{j,i}$ <sup>d</sup> (s <sup>-1</sup> )
Ly $\alpha^f$	1-2	121.567	0.4162	$4.699 \times 10^8$
Ly $\beta$	1-3	102.572	0.07910	$5.575 \times 10^7$
Ly $\gamma$	1-4	97.254	0.02899	$1.278 \times 10^7$
Ly <sub>limit</sub>	1- $\infty$	91.18		
H $\alpha$	2-3	656.280	0.6407	$4.410 \times 10^7$
H $\beta$	2-4	486.132	0.1193	$8.419 \times 10^6$
H $\gamma$	2-5	434.046	0.04467	$2.530 \times 10^6$
H $\delta$	2-6	410.173	0.02209	$9.732 \times 10^5$
H $\epsilon$	2-7	397.007	0.01270	$4.389 \times 10^5$
H <sub>8</sub>	2-8	388.905	0.008036	$2.215 \times 10^5$
H <sub>limit</sub>	2- $\infty$	364.6		
P $\alpha$	3-4	1875.10	0.8421	$8.986 \times 10^6$
P $\beta$	3-5	1281.81	0.1506	$2.201 \times 10^6$
P $\gamma$	3-6	1093.81	0.05584	$7.783 \times 10^5$
P <sub>limit</sub>	3- $\infty$	820.4		
B $\alpha$	4-5	4051.20	1.038	$2.699 \times 10^6$
B $\beta$	4-6	2625.20	0.1793	$7.711 \times 10^5$
B $\gamma$	4-7	2165.50	0.06549	$3.041 \times 10^5$
B <sub>limit</sub>	4- $\infty$	1458.4		
H109 $\alpha^g$	110-109	5.985 cm		$7.0 \times 10^{-4}$
HI	1-1 <sup>h</sup>	21.106114 cm		$2.876 \times 10^{-15}$
Deuterium I	1-1 <sup>h</sup>	91.5720 cm		$4.65 \times 10^{-17}$

<sup>a</sup>From Ref. [44] unless otherwise indicated.

<sup>b</sup>The upper level is  $j$  and the lower level is  $i$ , where  $i$  and  $j$  are indices representing the principal quantum numbers, unless otherwise indicated.

<sup>c</sup>Absorption oscillator strengths (see Appendix D.1.3) for transitions from lower level  $i$  to upper level  $j$ .

<sup>d</sup>Average Einstein  $A$  coefficient for transitions from upper level  $j$  to lower level  $i$ . The average value means that the particles are assumed distributed in their substates (determined by the orbital angular momentum quantum number,  $l$ ) according to the statistical weights of those substates.

<sup>e</sup>Units are nm unless otherwise indicated.

<sup>f</sup>The Einstein  $A$  coefficient for the permitted transition is  $A_{2p \rightarrow 1s} = 6.27 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$  (Ref. [50]). See Sect. 8.4 for a discussion of the forbidden transition.

<sup>g</sup>The wavelength is from Eq. (C.7) and the Einstein  $A$  coefficient from  $A_{n+1 \rightarrow n} = 1.167 \times 10^9/n^6$  Ref. [50].

<sup>h</sup>Transition between the hyperfine splitting of the ground state.

TABLE 9.3 – Données pour l'atome d'hydrogène (Crédit : Astrophysics, Decoding the Cosmos, Judith A. Irwin, John Wiles & Sons).

**Table 3.2.** Sample collision parameters

Temperature (K)	HI – HI <sup>a</sup>	$\gamma_{\text{H-H}}$ ( $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ )
30		$5.1 \times 10^{-10}$
100		$7.4 \times 10^{-10}$
300		$10.2 \times 10^{-10}$
1000		$13.6 \times 10^{-10}$
	HI – HI de-excitation <sup>b</sup>	$\gamma_{21 \text{ cm line}}$ ( $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ )
30		$3.0 \times 10^{-11}$
100		$9.5 \times 10^{-11}$
300		$16 \times 10^{-11}$
1000		$25 \times 10^{-11}$
	electron – proton with recomb. <sup>c</sup>	$\alpha_r$ ( $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ )
5000		$4.54 \times 10^{-13}$
10 000		$2.59 \times 10^{-13}$
20 000		$2.52 \times 10^{-13}$
	electron – proton without recomb. <sup>d</sup>	$\sigma_{\text{eff}}$ ( $\text{cm}^2$ )
$10^4$		$1.4 \times 10^{-15}$
$10^5$		$1.4 \times 10^{-17}$
$10^6$		$1.4 \times 10^{-19}$
	electron – HI de-excitation <sup>e</sup>	$\gamma_{\text{Ly}\alpha(2p \rightarrow 1s)}$ ( $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ )
5000		$6.0 \times 10^{-9}$
10 000		$6.8 \times 10^{-9}$
20 000		$8.4 \times 10^{-9}$

<sup>a</sup>Collisions between neutral H atoms. Here  $\gamma_{\text{H-H}} = \langle v \rangle \sigma_{\text{eff}}$  (Ref. [160]).

<sup>b</sup>Collisions between neutral H atoms that result in the de-excitation of the hyperfine ground state (see Appendix C.4).

<sup>c</sup>Collisions between an electron and proton that result in recombination to HI. In this case,  $\gamma_{\text{coll}}$  is referred to as  $\alpha_r$ , which is the sum of  $\alpha_{n,L}$  over all quantum levels,  $n$  and  $L$  (Appendix C). Case B recombination (see Footnote 6 in Chapter 5 or Sect. 9.4.2) is assumed.

<sup>d</sup>Collision *without* recombination. A collision is taken to be an interaction that significantly affects the trajectory of the electron. Taking  $e^2/r_{\text{eff}} = m_e v^2$  to be the condition for a significant deflection (Ref. [160]), we find,  $\sigma_{\text{eff}} = \pi r_{\text{eff}}^2 = \pi [e^2/(m_e v^2)]^2$ . Using Eq. (3.9), this leads to  $\sigma_{\text{eff}} = 1.4 \times 10^{-7}/T^2$ . A more accurate derivation would include the cumulative effects of other particles in the gas and would also use the Maxwellian distribution instead of Eq. (3.9). Therefore, these results are meant to be ‘indicative’ only.

<sup>e</sup>Collisions that result in the de-excitation of the Ly $\alpha$  line in the permitted transition (see Appendix C.2) from  $2p$  to  $1s$  only. This has been computed from Eq. (4–11) in Ref. [160] using data from [www.astronomy.ohio-state.edu/~pradham/atomic.html](http://www.astronomy.ohio-state.edu/~pradham/atomic.html). Note that the value for excitation will not be the same as for de-excitation nor will it be the same for the forbidden transition from  $2s$  to  $1s$ .

TABLE 9.4 – Taux de collision, avec la notation :  $\gamma_{\text{coll}} = \langle v \rangle \sigma_{\text{eff}}$ , où  $\langle v \rangle$  est la vitesse moyenne des particules, et  $\sigma_{\text{eff}}$  leur section efficace effective, qui peut différer de la section efficace géométrique (par exemple si les particules sont chargées : électrons-protons, électrons-électrons).  $\sigma_{\text{eff}}$  peut aussi être fonction de la vitesse. Donc  $\sigma_{\text{eff}}$  dépend à la fois du type de particules et des gammes de vitesses considérées. Souvent on utilise le *taux effectif de collision*  $\gamma_{\text{coll}}$  qui combine les deux. (Crédit : Astrophysics, Decoding the Cosmos, Judith A. Irwin, John Wiles & Sons).